Éléments de correction :Sujet non S

Exercice 1 :

Partie A

1- Plus petite valeur : 6 (=1 + 2 + 3)
2- Plus grande valeur : 24 (= 7 + 8 + 9)

Partie B :

1- Triangle 20-magique :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 2 & & & \\ & & 7 & & 1 & & \\ & 6 & & & & 9 & \\ 5 & & 3 & & 4 & & 8 \end{array}$$

2- a. $3S = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7 + n_7 + n_8 + n_9 + n_1 = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+T$

b. $\frac{6+45}{3} \leq S \leq \frac{24+45}{3}$

c. (17,6) (18,9) (19,12) (20,15) (21,18) (22,21) (23,24)

3- Triangle 17-magique :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 8 & & 4 & & \\ & 6 & & & & 9 & \\ 2 & & 5 & & 7 & & 3 \end{array}$$

4- Supposons qu'un tel triangle existe, alors $T = n_1 + n_4 + n_7 = 9$.
Aucun des trois nombres n_1, n_4, n_7 n'est 9. 9 serait donc un des six autres nombres.
Considérons le côté du triangle sur lequel se situe le nombre 9. On peut supposer par exemple que $n_2 = 9$. On aurait alors, $S = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 18$, d'où $n_1 + n_3 + n_4 = 9$. Or, $T = n_1 + n_4 + n_7 = 9$. Par suite, $n_3 = n_7$, ce qui est exclu.
Il n'existe donc pas de triangle magique tel que $S = 18$.
(On peut aussi envisager toutes les possibilités.)

5- a. Supposons qu'un tel triangle existe, alors $T = n_1 + n_4 + n_7 = 12$.
Supposons que 7 ne soit pas sur l'un des sommets et considérons le côté du triangle sur lequel se situe le nombre 7. On peut supposer par exemple que $n_2 = 7$. On aurait alors, $S = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 19$, d'où $n_1 + n_3 + n_4 = 12$. Or, $T = n_1 + n_4 + n_7 = 12$. Par suite, $n_3 = n_7$, ce qui est exclu.
7 est donc nécessairement situé sur l'un des sommets du triangle.

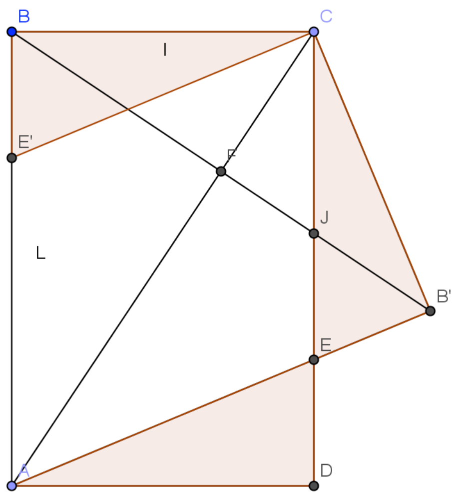
b. Triangle 19-magique

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 7 & & & \\ & & 4 & & 1 & & \\ & 5 & & & & 9 & \\ 3 & & 8 & & 6 & & 2 \end{array}$$

6- Il suffit de remplacer chaque n_i par $10 - n_i$; les sommes sont alors remplacées par $40 - S$ et les $10 - n_i$ sont deux à deux distincts et compris entre 1 et 9.

7- Les valeurs de S pour lesquelles ont peut trouver un triangle S-magique sont : 17, 19, 20 (trouvées dans les questions précédentes) et 23, 21 (d'après la question précédente).
18 n'est pas S-magique. Donc 22 ne l'est pas non plus.

Exercice 2 :



2- Sachant que AE'CE est un losange on a :
$(16 - c)^2 + 8^2 = c^2$ soit $c = 10$

3- On a nécessairement : $(L - 7{,}5)^2 + l^2 = 7{,}5^2$
avec $L \geq 8$
soit : $l^2 = L(15 - L)$
d'où les seules réponses entières : L=12 et l=6.
Et ces deux dimensions conduisent à un losange de côté 7,5 cm.

4- Sachant que AE'CE est un losange, on a ED=E'B donc les triangles rectangles BCE' et AED sont isométriques. La somme de leurs aires est égale à 25% de l'aire du rectangle.

D'où l'égalité : $(L - c)l = 0{,}25Ll$ d'où $c = 0{,}75L$

5- Le pliage correspond à une symétrie axiale d'axe (AC).
Notons B' l'image de B et E l'intersection de (AB') et (CD) (qui sont sécantes) et E' le symétrique de E (E' est sur (AB) car CBE' est un triangle rectangle image de CB'E).
La symétrie assure les égalités de longueurs : CE'=CE et AE=AE'
On conclut avec le parallélisme de (CE) et (AE').

Exercice 3 :

1- Oui : 1 essai transformé, 1 essai non transformé et 5 coups de pied de pénalité (ou drops) soit : 7 + 5 + 5x3 = 27 .

2- 4 essais : 20 points, reste à obtenir 36-20 points soit 16 points.
Il s'agit de trouver k, le nombre de transformations ; $0 \leq k \leq 4$ puisqu'il y eu 4 essais.
On doit avoir : $16 - 2k$ multiple de trois puisque les pénalités valent 3 points.
On trouve par essais successifs : $k = 2$.
Donc il y a eu 2 essais transformés et deux essais non transformés ainsi que 4 pénalités.

3- On peut essayer tous les cas : soit k le nombre d'essais et k' le nombre de transformations réussies. D'abord $0 \leq k' \leq k$ puis $0 \leq k \leq 6$ puisqu'il y eu 30 points marqués.
Le nombre de points marqués par des essais transformés ou non est : $5k + 2k'$ et ce résultat sera complété par des points dus aux x pénalités (ou drops) donc par un multiple de trois. Finalement : $5k + 2k' + 3x = 30$, donc $5k + 2k' = 30 - 3x$ donc $5k + 2k'$ doit être un multiple de 3 inférieur à 30 :
(En ligne le nombre d'essais et en colonne le nombre de transformations réussies :)

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
0	0	5	10	**15**	20	25	**30**
1		7	**12**	17	22	**27**	x
2			14	19	**24**	29	x
3				**21**	26	x	
4					28	x	x

Il y a 6 possibilités pour un résultat de 30 points.

15	: avec par exemple 3 essais (non transformés)	et 5 pénalités
30	: avec 6 essais	
12	: avec 2 essais dont un transformé	et 6 pénalités
27	: avec 5 essais dont un transformé	et 1 pénalité
24	: avec 4 essais dont deux transformés	et 2 pénalités
21	: avec 3 essais tous transformés (!!)	et 3 pénalités

4 - Les résultats : 6 ; 7 et 8 peuvent être atteint donc les scores 6 + 3k ; 7 + 3k et 8 + 3k peuvent être atteints. Or tout entier n >8 peut s'écrire par division euclidienne :

$n = 3k + 0$ avec $k \geq 2$ soit $n = 3(k-2) + 6$ {6 points et $k-2$ pénalités }
$n = 3k + 1$ avec $k \geq 2$ soit $n = 3(k-2) + 7$ {7 points et $k-2$ pénalités }
$n = 3k + 2$ avec $k \geq 2$ soit $n = 3(k-2) + 8$ {8 points et $k-2$ pénalités }

Pour n ≤ 8, les résultats: 0 ; 3 ; 5 et 6 peuvent être atteints.
Tous les résultats sont atteints sauf : 1 ; 2 et 4.

Exercice 4 :

1) 8 trajets : (1 ; 1 ; 1 ; 1 ;1)
(1 ; 1 ; 1 ; 2) (1 ; 1 ; 2 ; 1) …. 4 trajets avec 1 tirage F
(1 ; 2 ; 2) …. 3 trajets avec 2 tirages F

2) a) On compte les trajets qui arrivent en 4 : 5 possibilités
b) Il y en a : 8 – 5

3) {mise en place d'une suite Fib. ou autre} : 233 trajets possibles.

4) Nombre de trajets pour arriver sur la case 8 x nombre de trajets pour aller de 8 en 12 ou encore : Nombre de trajets pour arriver sur la case 8 x nombre de trajets pour aller sur 4, soit 34 x 5 = 170.