

## Exercice 1

### **Un problème de tas**

On dispose de 7 objets que l'on répartit en autant de tas que l'on veut, chaque tas contenant autant d'objets que l'on veut.

Une manipulation consiste à enlever un objet de chaque tas et à faire un nouveau tas des objets ainsi récupérés.

*Exemple* : une répartition possible au départ sera notée (4,3)  
elle signifie qu'on a deux tas, l'un de 4 objets et l'autre de 3 objets  
après une manipulation, on obtiendra donc la répartition (3,2,2)

*Avertissement* : on considère que les répartitions (4,3) et (3,4) sont identiques.  
De même les répartitions (3,2,2), (2,3,2) et (2,2,3) sont identiques.

1. On place les 7 objets en un seul tas ; la répartition est donc (7).  
Quelle répartition obtiendra-t-on après 3 manipulations ? Après 7 manipulations ? Après 11 manipulations ? Après 2007 manipulations ?
2. Ici, on ne connaît pas la répartition initiale, mais après 2007 manipulations, on obtient la répartition (4,2,1).  
Indiquer toutes les répartitions initiales possibles.
3. Paul et Virginie jouent ensemble.  
Au départ, Paul dispose les objets sans montrer la répartition à Virginie.  
Puis il simule sur son ordinateur 2007 manipulations et ne montre à Virginie que la répartition finale. Il demande alors à Virginie de deviner la répartition initiale.  
Virginie réfléchit et avoue ne pas savoir répondre car elle hésite entre trois répartitions.  
Sachant que Virginie a raisonné correctement, quelle répartition finale a-t-elle vue ?

## Exercice 2

### **Où est le cochonnet ?**

Trois boules sphériques identiques reposent sur un sol plan, elles se touchent deux à deux et touchent également le cochonnet, petite boule qui repose également sur le sol.

Les boules ont un diamètre de 78 millimètres, quel est le diamètre du cochonnet ?

### Exercice 3

#### **Prenons de la hauteur**

Etant données trois droites dans le plan, on cherche s'il existe des triangles dont ces droites sont les hauteurs.

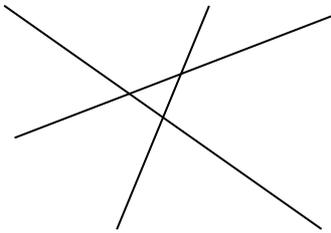
Dans chacun des cas présentés ci-dessous :

Existe-t-il un triangle solution?

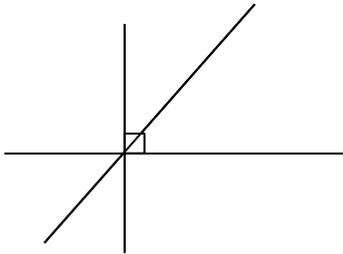
Si oui, donner une procédure de construction d'un triangle solution et justifier.

Peut-on trouver plusieurs solutions ?

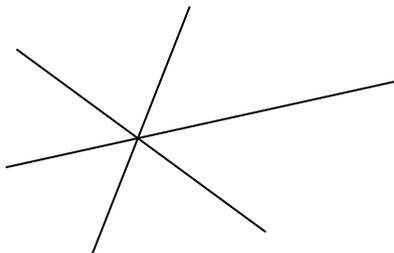
Cas 1



Cas 2



Cas 3



## Exercice 4

### Des trapèzes de même aire

*Le but de cet exercice est de déterminer les trapèzes rectangles qui, sous certaines conditions de distances et d'angles, sont partagés en deux trapèzes de même aire par une parallèle donnée à leurs bases.*

1. Question préliminaire :

Existe-t-il un couple d'entiers naturels  $(m, p)$  tel que :  $m^2 - p^2 = 8$  ?

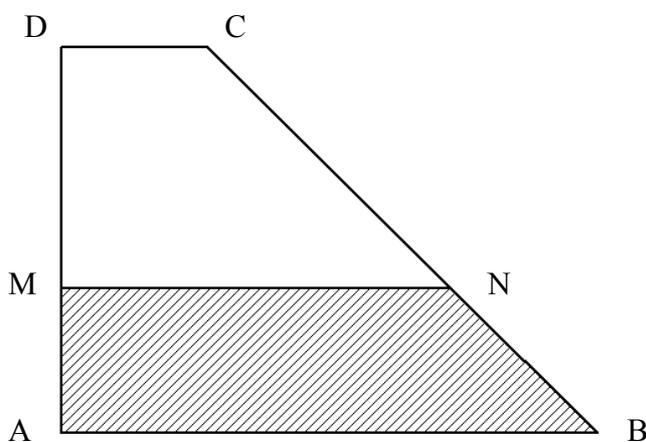
En existe-t-il plusieurs ?

*(Le résultat de cette question peut être exploité dans la suite de l'exercice, selon la méthode utilisée pour la traiter).*

2. On considère les trapèzes rectangles  $ABCD$  de bases  $[AB]$  et  $[CD]$  tels que :

- $\widehat{ABC} = 45^\circ$ .
- les distances  $AB$ ,  $AD$  et  $CD$  sont des nombres entiers, et  $AD > 2$ .

Soit  $M$  le point du segment  $[AD]$  tel que  $AM = 2$ .



Déterminer les distances  $AB$ ,  $AD$  et  $CD$  de sorte que les aires des trapèzes  $MNBA$  et  $MNCD$  soient égales.

*Indication : On pourra faire apparaître sur la figure des triangles isocèles.*