EXERCICES ORAL SECOND GROUPE DU BACCALAURÉAT SÉRIE S

Ce document contient une banque d'exercices que chaque professeur peut utiliser pour construire ses propres sujets. Pour éviter une longueur excessive, un sujet d'oral peut être constitué d'une question de cours, de 3 ou 4 questions VRAI/ FAUX ou QCM et d'un exercice sur les fonctions.

- ✓ Questions de cours
- ✓ VRAI/FAUX
- ✓ QCM
- ✓ Fonctions

Questions de cours

1. Soit f la fonction définie sur R par $f(x) = e^{-x} - x$.
Pour montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur R une unique solution, quel théorème peut-on utiliser ?

2. Soit z un nombre complexe. Dans le plan complexe, M est le point d'affixe z et A est le point d'affixe 3. Quelle interprétation géométrique de $|z-3|$ peut-on donner ?

3. Quel est l'ensemble de définition de la fonction logarithme népérien ? Quelles sont les limites de la fonction logarithme népérien aux bornes de son ensemble de définition ?

4. Tracer l'allure de la courbe de la fonction logarithme népérien et de la fonction exponentielle.

5. Quel est le signe de la fonction f définie sur R par $f(x) = e^{-x^2}$?

6. En probabilités, quelle est la définition de deux évènements indépendants ?

7. Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ de l'espace, comment peut-on montrer qu'une droite Δ est parallèle à un plan P ?

8. Dans l'espace, quelles sont les positions relatives de deux droites ?

9. Dans l'espace, quelles sont les positions relatives d'une droite et d'un plan ?

10. Dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ de l'espace, quelle est la définition d'un vecteur normal à un plan d'équation cartésienne $ax+by+cz+d=0$? Donner un exemple d'utilisation du vecteur normal d'un plan.

11. La fonction cosinus est-elle paire ?

12. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ. Combien vaut à 10^{-2} près la probabilité $P\left(X \in [\mu-2\sigma;\mu+2\sigma]\right)$?

13. Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ. Quelle est l'espérance de X ?

14. Comment calcule-t-on l'aire entre la courbe d'une fonction négative et l'axe des abscisses ?

15. Qu'appelle-t-on la forme exponentielle d'un nombre complexe non nul?

Q.C.M.

Pour chacune des questions suivantes, déterminer la seule réponse exacte.

Question 1

Soit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie pour tout entier naturel n par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$

a. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$	**b.** La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est arithmétique.	**c.** La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est majorée.	**d.** $u_5 = 8$

Question 2

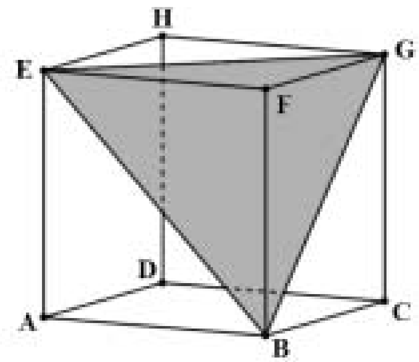
n est un entier naturel non nul. Soit $\boldsymbol{X}$ une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $\boldsymbol{n}$ et $\boldsymbol{p = 0,2}$.

a. $E(X) = 5n$	**b.** $P(X=1) = n \times 0,2^n$	**c.** $P(X \leq 1) = 1 - 0,2^n$	**d.** $P(X \geq 1) = 1 - 0,8^n$

Question 3

Dans le cube ci-contre ABCDEFGH de côté 1, on définit le plan (EBG).

a. Les droites (EB) et (GC) sont sécantes.
b. La droite (HF) est perpendiculaire au plan EBG).
c. $\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{FB} = 0$
d. $\overrightarrow{FD}.\overrightarrow{BF} = 1$



Question 4

Dans le plan complexe, on définit les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$, $b = 2\sqrt{2}$, $c = \overline{a}$

a. ABC est un triangle équilatéral.	**b.** ABC est un triangle isocèle en B.	**c.** $c = -2e^{i\frac{\pi}{4}}$	**d.** $\left\lvert \dfrac{b-a}{c-a} \right\rvert = 1$

Question 5

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ ($\lambda > 0$).
On sait que $P(0 \leq X \leq 2) = 0,1$.

a. Pour tous réels positifs t et h : $P_{X\geq t}(X \geq t+h) = P(X \geq 0)$	**b.** $P(X > 3) = 0,9$	**c.** $\lambda = -\dfrac{\ln(0,9)}{2}$	**d.** $E(X) = \lambda$

Question 6

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n,

par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 0,8u_n + 2 \end{cases}$. On admet que cette suite est croissante et qu'elle converge vers 10. On donne l'algorithme ci-contre.

Cet algorithme affiche en sortie :

```
VARIABLES
  U EST_DU_TYPE NOMBRE
  N EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  U PREND_LA_VALEUR 0
  N PREND_LA_VALEUR 0
  TANT_QUE (U<=9.999) FAIRE
    DEBUT_TANT_QUE
    U PREND_LA_VALEUR 0.8*U+2
    N PREND_LA_VALEUR N+1
    FIN_TANT_QUE
  AFFICHER N
FIN_ALGORITHME
```

a. u_{10}	**b.** le plus petit rang n tel que $u_n > 9,999$	**c.** le plus petit rang n tel que $u_n \leq 9,999$	**d.** la limite de la suite (u_n).

Question 7

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère :

- le plan P d'équation $2x - y + z + 1 = 0$;
- la droite D dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$, $t \in R$
- et les points : $A(1;2;0)$, $B(3;1;1)$

a. Les droites D et (AB) sont orthogonales.	**b.** Le point A appartient au plan P.	**c.** La droite (AB) est parallèle au plan P.	**d.** Le plan P et la droite D sont perpendiculaires.

Question 8

Soit X une variable aléatoire qui suit une loi normale de paramètres $\mu = 1$ et d'écart type $\sigma = 2$.

a. La variable aléatoire Z définie par $Z = \frac{X-2}{1}$ suit la loi normale centrée réduite.	**b.** $P(X = 1) = 0,5$	**c.** $P(-1 - 2\sigma \le X \le 1 + 2\sigma) \approx 0,95$	**d.** $P(X > 3) \approx 0,16$

Question 9

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = 0,8u_n + 2 \end{cases}$.

a. (u_n) est croissante, majorée et converge vers 10.	**b.** (u_n) est décroissante, minorée et converge vers 10.
c. (u_n) est croissante, non majorée et diverge vers $+\infty$	**d.** (u_n) est décroissante non minorée et diverge vers $-\infty$.

Vrai ou Faux

Exercice 1 : Vrai ou Faux variés

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. L'espace est rapporté au repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On considère les droites (d) et (d') définies par les systèmes d'équations paramétriques suivants :

   (d) : $\begin{cases} x = 0,5 - t \\ y = 0,5 - 3t, \quad t \in R \\ z = 2t \end{cases}$ (d') : $\begin{cases} x = t' \\ y = 4 + 3t', \quad t' \in R \\ z = -1 + 5t' \end{cases}$

   Proposition 1 : Les droites (d) et (d') sont orthogonales.

2. On considère la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,5u_n - 1$.

   Proposition 2 : La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est minorée.

3. **Proposition 3** : L'équation $\ln(x^2 + 4x + 3) = \ln(-2x - 5)$ possède exactement deux solutions réelles.

4. La durée de vie d'un type de moteur en années est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ (où $\lambda > 0$) ; on estime que le temps de demi-vie est de cinq ans, c'est-à-dire que $P(0 \leq X \leq 5) = 0,5$.

   Proposition 4 : $\lambda = \frac{1}{5}\ln 2$.

Exercice 2 : Vrai ou Faux sur les complexes

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. **Proposition 1** : le nombre $z = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de l'équation du second degré $z^2 - 2z + 4 = 0$.
2. **Proposition 2** : quel que soit le nombre complexe z, $|z| \geq 0$
3. **Proposition 3** : $i^{2016} = 1$
4. **Proposition 4** : Si pour tout nombre complexe z, $z = \overline{z}$ alors $z = 0$
5. **Proposition 5** : Pour tout nombre complexe z, $\mathrm{Re}(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$

Exercice 3 : Vrai ou Faux dans l'espace

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

On se place dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ orthonormé de l'espace

1. **Proposition 1** : on considère P_1 et P_2 deux plans d'équations cartésiennes respectives $2x + y - 3z + 4 = 0$ et $x + y - z + 1 = 0$. Sont-ils perpendiculaires ?
2. **Proposition 2** : on considère P_1 et P_2 deux plans d'équations cartésiennes respectives $2x + 2y - 3z = 0$ et $x + y - z + 1 = 0$. Sont-ils parallèles ?

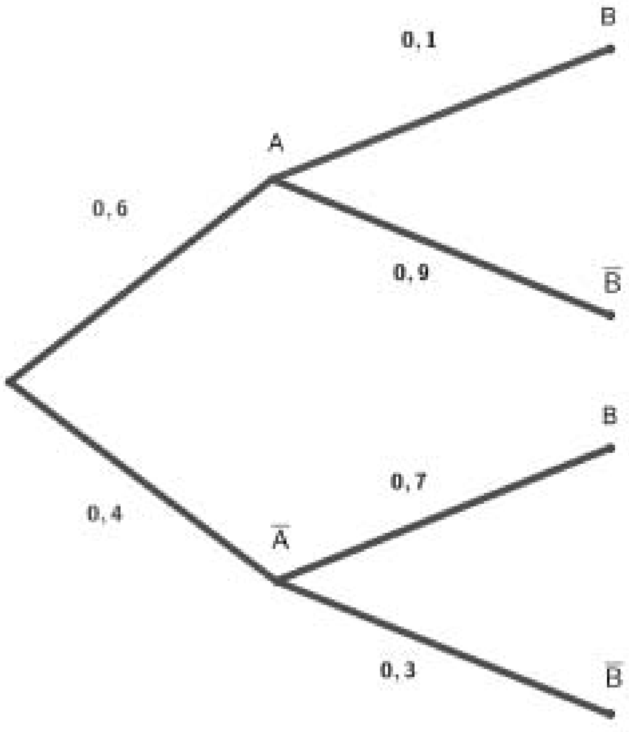
3. **Proposition 3 :** Soit $A(0;1;1)$ et $B(0;2;-1)$. La droite (*AB*) est-elle parallèle au plan d'équation cartésienne $2x+2y-3z=0$?
4. **Proposition 4** : On considère d_1 et d_2 deux droites définies par les représentations paramétriques suivantes : $d_1 : \begin{cases} x = k+5 \\ y = -k \\ z = 2k-3 \end{cases}, k \in R$ et $d_2 : \begin{cases} x = -m-3 \\ y = m+1 \\ z = -2m \end{cases}, m \in R$

   Les deux droites d_1 et d_2 sont-elles parallèles ?
5. **Proposition 5** : Soit $A(1;0;-2)$ et $B(3;2;-1)$. Un système d'équation paramétrique de la droite (AB) est $\begin{cases} x = 3k+1 \\ y = 2k \\ z = -k-2 \end{cases}, k \in R$

<u>Exercice 4</u> : Vrai ou Faux de probabilités

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

1. **Proposition 1** : l'arbre de probabilités ci-dessous permet d'affirmer que $P(B) = 0,1+0,7$



2. **Proposition 2** : on lance un dé cubique équilibré 5 fois.

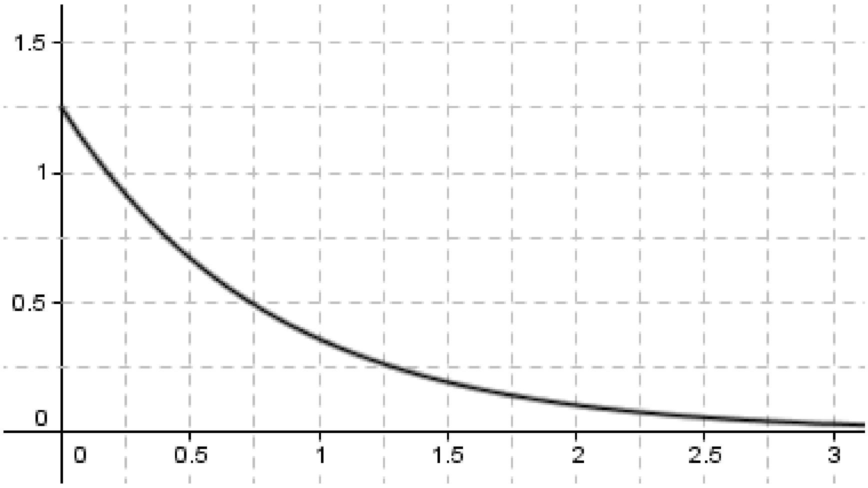
   La probabilité d'obtenir au moins un six est $1-\left(\frac{5}{6}\right)^5$
3. **Proposition 3 :** Soit *X* une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne μ et d'écart type σ. $P(X \leq \mu) = P(X \geq \mu)$.
4. **Proposition 4 :** Soit *X* une variable aléatoire continue de fonction de densité *f* définie sur R. *a* et *b* sont des réels tels que *a* < *b*. La probabilité $P(a < X < b)$ est une aire.
5. **Proposition 5:** Soit *X* une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres *n* = 10 et *p* = 0,4. On a : $P(X \geq 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$

Exercice 5 : Vrai ou faux sur les probabilités

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

X désigne une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre λ (λ réel strictement positif).

La courbe C tracée dans le repère orthonormé ci-dessous représente la fonction densité de probabilité f associée à cette loi.



1. **Proposition 1 :**
   Par lecture graphique, $\lambda = 1,25$.
2. **Proposition 2 :**
   Une expression de $f(x)$ valable pour tout nombre réel x de $[0;+\infty[$ est $f(x) = 1,25e^{-1,25x}$.
3. **Proposition 3** :
   La valeur exacte de l'aire sous la courbe C sur $[0;1]$ (exprimée en unités d'aire), est égale à $e^{-1,25}$.
4. **Proposition 4 :**
   La probabilité $p(X > 1)$ est égale à $e^{-1,25}$.
5. **Proposition 5:**
   L'espérance mathématique de X est : $E(X) = 0,8$.

Exercice 6 : Vrai ou Faux sur les probabilités

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

Z est une variable aléatoire suivant la loi normale standard (d'espérance 1 et d'écart-type 0).

1. **Proposition 1 :** $p(Z \geq 0) = p(Z \leq 2)$.
2. **Proposition 2 :** $p(Z \geq 3) = p(Z \leq -3)$.
3. **Proposition 3 :** Pour tout nombre réel positif x, $p(-x \leq Z \leq x) = 1 - 2p(Z \geq x)$.
4. **Proposition 4 :** $p(Z \geq -3) = 0,5 + p(0 \leq Z \leq 3)$
5. **Proposition 5 :** $p(-3 \leq Z \leq 3) \approx 0,954$

Fonctions

Les quatre premiers exercices sont classiques et viennent des « annales » de 2015 :
Les exercices qui suivent laissent davantage d'autonomie au candidat et lui permettent de prendre des initiatives.

Exercice 1

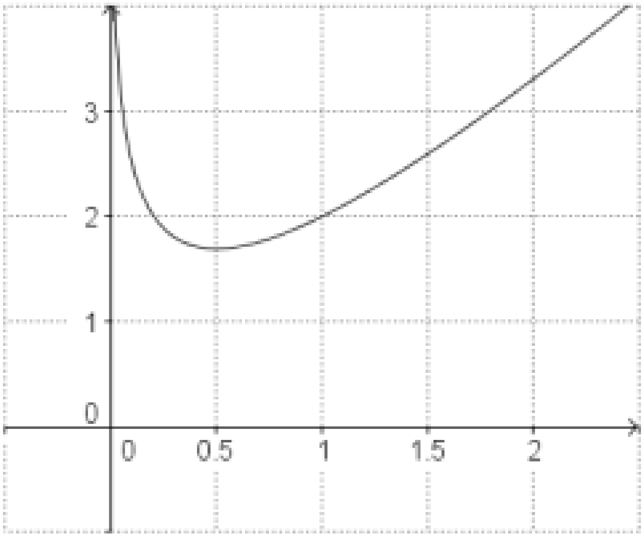
Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=2x-\ln x$

La courbe représentative de f est donnée dans le repère orthogonal ci-dessous.

1. a. Montrer que pour tout réel $x>0$, $f'(x)=\dfrac{2x-1}{x}$.

   b. Dresser le tableau de variations de f.

2. Démontrer que l'équation $f(x)=3$ possède une unique solution sur l'intervalle $]0;1[$.



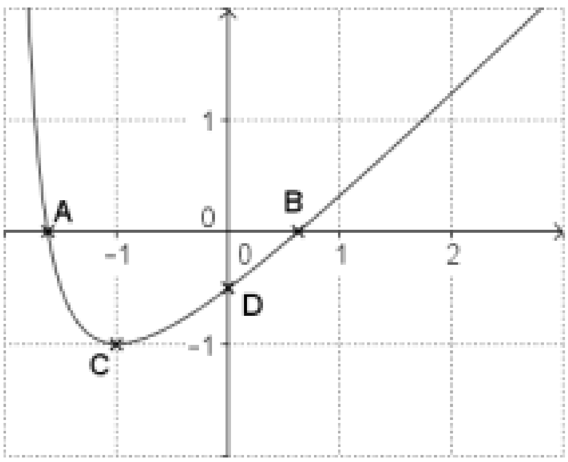
Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]-2;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$.

La courbe représentative de f est donnée dans le repère orthogonal ci-dessous.

A et B sont les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses, D est le point d'intersection de la courbe avec l'axe des ordonnées et C est le point de la courbe d'ordonnée minimale.

Calculer les coordonnées exactes des quatre points A, B, C et D.



Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

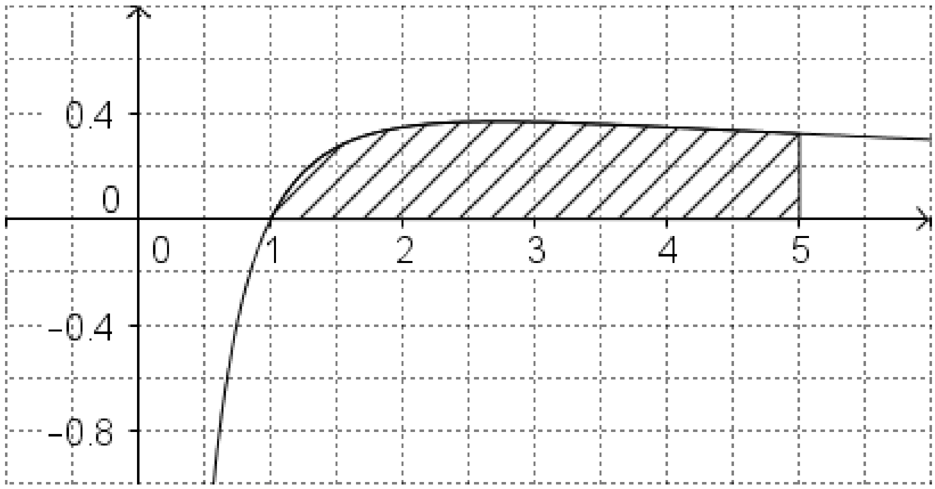
La courbe représentative de f est donnée dans le repère orthogonal ci-dessous.

1. a. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x)=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$.

   b. Dresser le tableau de variation de f.

2. Soit F la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $F(x)=\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$.

On admet que F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$.



Calculer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'aire du domaine hachurée.

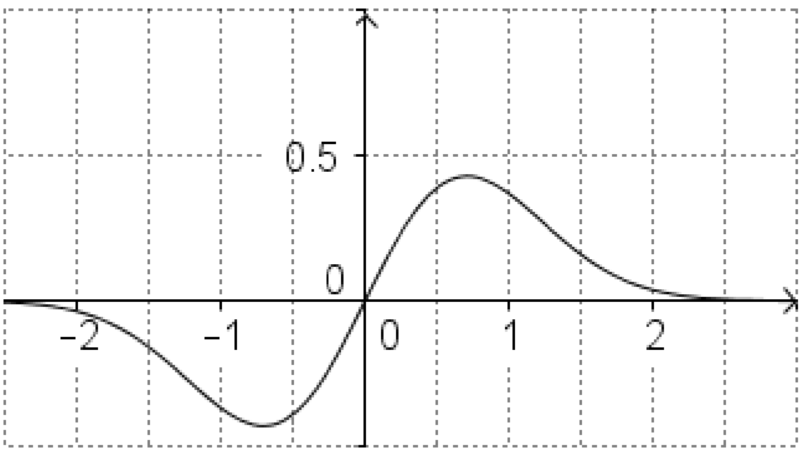
Exercice 4

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=xe^{-x^2}$. La courbe représentative de f est donnée dans le repère orthogonal ci-dessous.

1. a. Montrer que pour tout nombre réel x, $f'(x)=(1-2x^2)e^{-x^2}$.

   b. Dresser le tableau de variation de f.

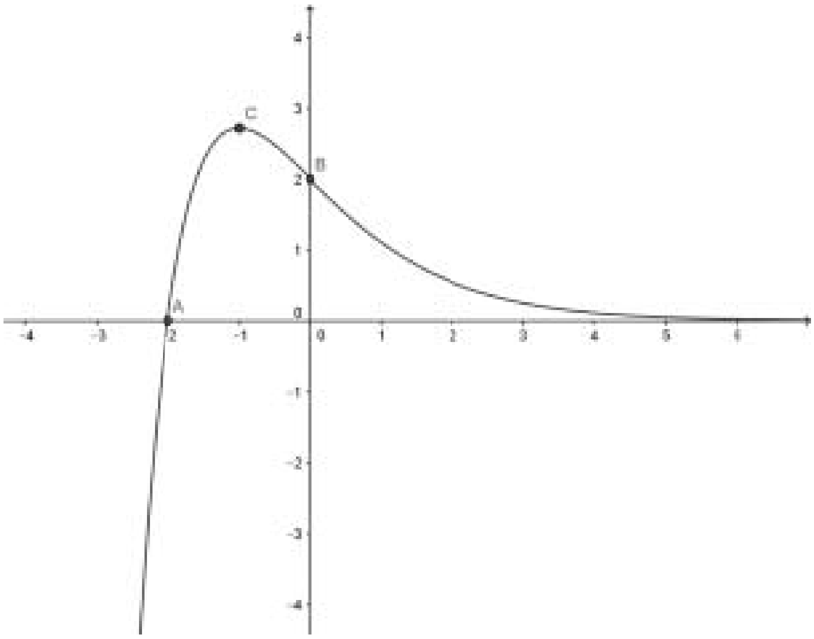
2. La courbe représentative de f admet-elle des tangentes parallèles à son asymptote horizontale ?



Exercice 5

Soit la fonction f définie sur R par $f(x)=(x+2)e^{-x}$

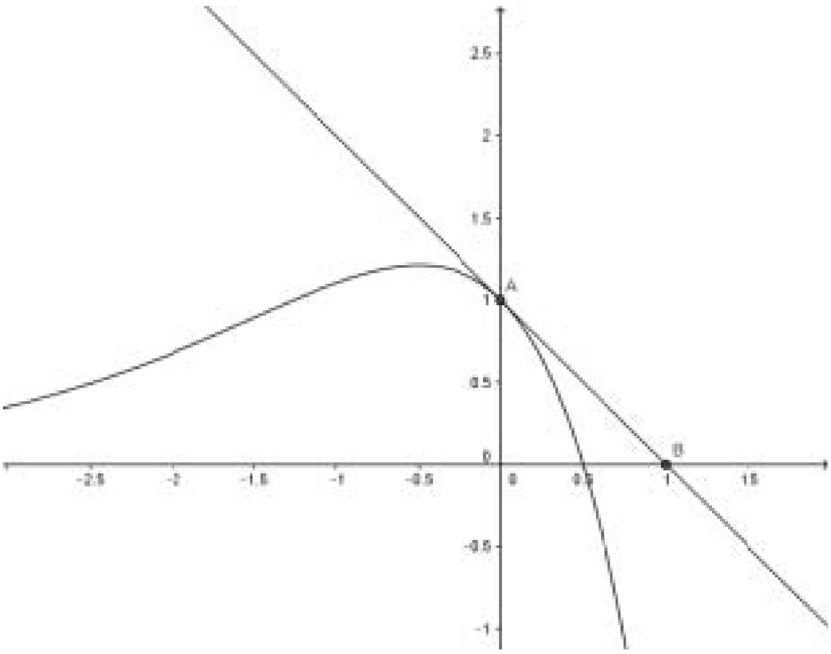
Ci-dessous, A et B sont les points d'intersection de la courbe représentative de f avec les axes d'un repère et C est le point de la courbe dont l'ordonnée est maximale.
Comment feriez-vous pour calculer les coordonnées des points A, B et C ?



Exercice 6

Soit f la fonction définie sur R par $f(x)=(1-2x)e^{x}$

Dans le repère ci-dessous, la droite (AB) est tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 0. Elle coupe l'axe des abscisses en B.
Quelle démarche permettrait de déterminer l'abscisse de B ?

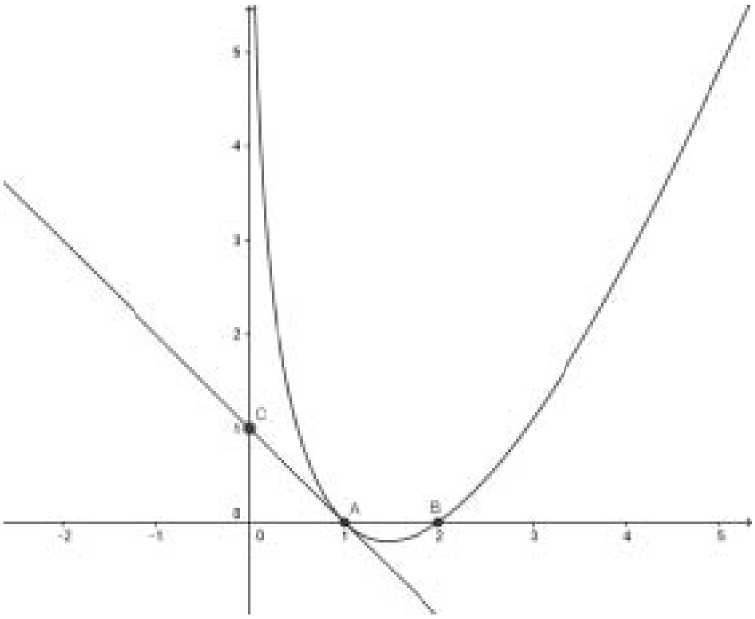


Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=(x-2)\ln x$

Dans le repère ci-dessous, A et B sont les deux points d'intersection de la courbe représentative de f avec l'axe des abscisses. La droite (AC) est tangente à la courbe représentative de f au point A et elle coupe l'axe des ordonnées en C.

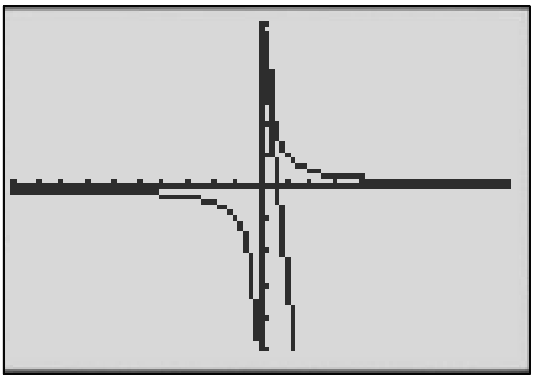
Quelle démarche permettrait de déterminer les coordonnées des points A, B et C ?



Exercice 8 :

Léo a représenté à l'écran de sa calculatrice les fonctions $x \mapsto 0,5x^2-8x+5$ et $x \mapsto \dfrac{1}{x}$.

Une capture d'écran de son travail (fenêtre graphique $-10 \le x \le 10$, pas 1 et $-5 \le y \le 5$ pas 1) est donnée ci-dessous.

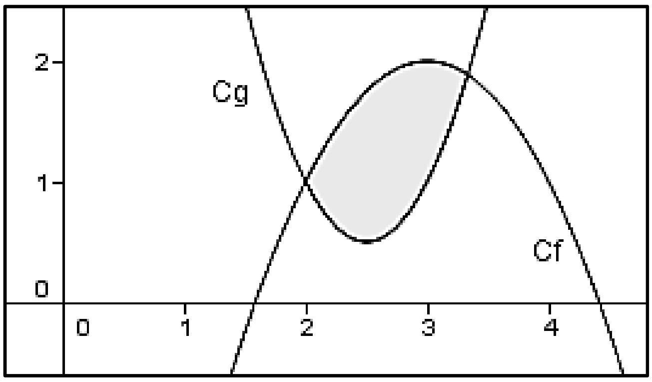


Léo conjecture que l'équation $\dfrac{1}{x}=0,5x^2-8x+5$ n'a pas de solution.

Comment procéder pour valider ou infirmer cette conjecture ?

<u>Exercice 9</u> :

Dans le repère orthonormé ci-dessous, les courbes représentatives des fonctions $f : x \mapsto -(x-3)^2 + 2$ et $g : x \mapsto 2(x-2,5)^2 + 0,5$ sont tracées.



Comment calculer l'aire (exprimée en unités d'aire) de la surface colorée ?

<u>Exercice 10</u> :

f est la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \ln(x) - \dfrac{1}{x}$.

Voici son tableau de variation :

x	0	1,7	a	1,8	$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Justifier par des calculs toutes les propriétés regroupées dans ce tableau.