

La partie du programme traitée, les connaissances et les capacités visées :

On reprend une partie du programme :

1.1 Statistique à une variable partie 1

Capacités	Connaissances
Expérimenter, à l'aide d'une simulation informatique, la prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue.	Distribution d'échantillonnage d'une fréquence.
Calculer la moyenne de la série des fréquences f_i des échantillons aléatoires de même taille n prélevés. Comparer la fréquence p de la population et la moyenne de la série des fréquences f_i des échantillons aléatoires de même taille n prélevés, lorsque p est connu.	Moyenne de la distribution d'échantillonnage d'une fréquence.

Les conditions matérielles, l'effectif de la classe, la durée :

Conditions matérielles : PC avec tableur, vidéoprojecteur.

Classe : Première Bac pro C

Effectif : 16

Durée de la séance : 2 h.

Durée de l'évaluation : 10 minutes

Une situation problème concrète et contextualisée :

Alex et Léa ont prévu une soirée resto-ciné. Ne parvenant pas à se décider, Alex propose de jouer à « pile ou face ».

Il sort alors une pièce d'un euro de sa poche, il choisit « Pile » et annonce : « j'ai une chance sur deux de manger dans le restaurant que je veux ! ». La pièce tombe sur son côté « Face ».

Alex est un peu déçu, il réfléchit et repense à ce « une chance sur deux ».



Il relance alors la pièce pour trancher sur le choix du film, choisit à nouveau « Pile » et annonce : « avec ce choix je suis sûr de pouvoir visionner le film que je veux ! »

.Au jeu de pile ou face, Alex semble avoir interprété l'annonce « avoir une chance sur deux » par :

« Si je tombe sur Pile une première fois, je tomberai sur Face la seconde fois »

Autrement dit, sur plusieurs lancers, allons-nous avoir une série du type « P F P F... » ou « F P F P... » ?

« Si je relance plusieurs fois la pièce, mes chances de gagner sont les mêmes que celles de perdre »

Autrement dit, allons-nous avoir autant de côté « Pile » que de côté « Face » sur l'ensemble des lancers ?

Problématique : Alex a tort ou raison ? Comment le savoir ?

Une reformulation de la situation et l'émission d'une hypothèse :

1. Quel est le problème ici ?

.....

.....

.....

.....



Reformulation du problème par la classe

.....

.....

.....

.....

Compétences	Critères d'évaluations/ les attendus	Condition de la réalisation			Mes impressions		
		Seul(e)	Aide d'un camarade	Aide du professeur			
Rechercher l'information	J'ai été capable de :						
	cibler sur quoi porter le problème						
	cibler ce qu'il fallait chercher						
Communiquer Ecrit et Oral	Expliquer clairement le problème dans un langage correct et compréhensible à l'écrit						
	A l'oral						

2. Proposer une méthode pour répondre à la problématique en détaillant les étapes.

Méthode



Méthode retenue par la classe.

.....

.....

.....

.....

.....

Compétences	Critères d'évaluations/ les attendus	Condition de la réalisation			Mes impressions		
		Seul(e)	Aide d'un camarade	Aide du professeur			
Analyser	J'ai été capable de :						
	Proposer une méthode de résolution						
Communiquer Ecrit et Oral	Présenter à l'écrit ma démarche de façon précise avec un vocabulaire mathématique adapté.						
	Présenter à l'oral ma démarche						

La mise en œuvre d'une méthode de résolution / Pratique d'investigation - Expérimentation élève :

Nom de votre groupe (A, B,C et D) :

PARTIE 1 : EXPERIMENTATION ET RECUEIL DE RESULTATS



Expérience n°1 : « Avec 10 lancers » à la main

Lance une pièce de monnaie **10 fois** de suite et relève les résultats dans le tableau suivant :

Lancer	n°1	n°2	n°3	n°4	n°5	n°6	n°7	n°8	n°9	n°10
« P » ou « F » ?

Dépouillement de vos 10 lancers :

« Evénements possibles »	Côté « P »	Côté « F »	Total
Effectifs
Fréquence

Calcule la fréquence de l'évènement « PILE » que **TU** as obtenu : $f_{\text{moi}} = \dots\dots\dots$

Quelle est la probabilité p de tomber sur une face PILE lors d'un lancer ? $p = \dots\dots\dots$

La fréquence trouvée et cette dernière valeur sont-elles identiques proches éloignées

Ce résultat vous surprend-t-il ? Pourquoi ?

.....

.....

.....

Vocabulaire :

Chaque élève du groupe vient de faire une expérience de lancers. Il obtient alors résultats et réalise un **échantillon aléatoire de taille 10** pour lequel il calcule la fréquence f_{moi} de l'évènement « pile ».

Au total votre groupe dispose de 4 échantillons de taille 10 et de 4 fréquences relatives à ces échantillons.

On appelle cette liste de fréquences obtenue sur les 4 échantillons : **une distribution d'échantillonnage de la fréquence de l'évènement pile.**

Observation et étude au sein de votre groupe

Relève les 4 autres fréquences des autres membres du groupe :

L'ensemble des fréquences du groupe sont-elles proches ? oui Non Pas tout-à-fait

Est-il vrai que l'on a une chance sur deux de gagner à ce jeu ? oui Non Pas tout-à-fait

Est-il vrai que l'on a forcément P F P F P F... ? oui Non Pas tout-à-fait

La fréquence de « PILE » obtenue est-elle hasardeuse ?

Calculer la moyenne des 4 fréquences de votre groupe (exemple : $\overline{f_{4B}}$) : $\overline{f_{4\dots\dots}} = \dots\dots\dots$

Mise en commun avec les autres groupes

Mettre les résultats de tous groupes dans le tableau suivant :

Pour 10 lancers	4 fréquences				Moyenne
Fréquences groupe1					
Fréquences groupe2					
Fréquences groupe3					
Fréquences groupe4					

Vocabulaire :




Ce tableau rassemble 4 distributions d'échantillonnages. On obtient la moyenne des fréquences qui composent ces distributions.

Observations :

- Avez-vous obtenu exactement les mêmes distributions que celles des autres groupes ?
- Dans quel intervalle les 4 moyennes des distributions d'échantillonnage.

Interprétations :

- Les résultats confirment-ils l'hypothèse de départ : « on a une chance sur deux de tomber sur P et une chance sur deux de tomber sur F » ? oui Non Non mais presque
 - A votre avis, que peut-on améliorer dans cette dernière expérience pour espérer vérifier l'hypothèse de départ ?
-

Compétences	Critères d'évaluations/ les attendus	Condition de la réalisation			Mes impressions		
	J'ai été capable de :	Seul(e)	Aide d'un camarade	Aide du professeur			
Réaliser	Calculer les fréquences des résultats obtenus expérimentalement.						
Analyser	Proposer des améliorations sur les conditions expérimentales et la méthode de résolution.						
Valider	J'ai été capable d'interpréter mes résultats expérimentaux.						
Communiquer	Présenter à l'écrit mes résultats dans un langage mathématique adapté.						

Expérience n°2 : simulation avec un tableur

Entraînement :

Ouvrir le classeur OpenDocument nommé « 1ASSPA TP1 »

Le tableur peut fournir au hasard le nombre 0 ou le nombre 1 avec une fréquence de 50 %.

Ce qui signifie qu'on peut simuler un lancer de pièce en attribuant au nombre 1 la face pile et au nombre 0 la face Face.

On va s'exercer en simulant 10 lancers de pièces. Pour cela on va utiliser les 10 cases de la ligne 2 du tableau.

Pour simuler un premier lancer saisir dans la cellule B2 : $=\text{ENT}(\text{ALEA}() + 0,5)$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2		1	$=\text{ENT}(\text{ALEA}() + 0,5)$									

1 ou 0 s'affiche dans cette cellule. Vous venez d'obtenir un Pile Face

Pour simuler 10 lancers, avec la poignée de remplissage (petit carré noir en bas à droite de la cellule) étendre la formule jusqu'à la cellule K2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2		1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	

Pour compter le nombre de piles on fait la somme de la cellule B2 à K2. Pour cela saisir dans la cellule L1 $=\text{SOMME}(B2 ; K2)$.

Vous venez d'obtenir sur 10 lancers Pile

Pour calculer la fréquence de pile on saisit dans la cellule L2 : $=L1/10$

La fréquence de pile sur cette simulation est égale à :

Simulation de 100 lancers de pièces

On va utiliser 100 cases du tableur en créant un tableau de 10 colonnes et 10 lignes.

Pour simuler 100 lancers, avec la poignée de remplissage (petit carré noir en bas à droite de la cellule) étendre la formule de la cellule B2 jusqu'à la cellule K11.

Pour compter le nombre de piles on fait la somme de la cellule B2 à K11.

Pour cela saisir dans la cellule N4 $=\text{SOMME}(B2 ; K11)$.

Pour calculer la fréquence de pile on saisit dans la cellule O4 : $=N4/100$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10						
2		1	0	1	1	0	1	1	1	0	1						
3		0	1	1	1	1	0	1	0	1	0						
4		1	0	1	1	0	1	1	0	1	1						
5		1	1	1	0	0	1	0	0	0	0						
6		1	1	0	0	1	1	1	0	1	0						
7		0	1	0	0	0	1	0	1	0	1						
8		0	0	1	1	1	1	0	1	0	0						
9		0	1	1	1	0	1	1	1	0	0						
10		1	0	1	1	0	1	1	0	0	0						
11																	
12																	

Taille n	nombre pile	fréquences	Simulation 1	Simulation 2
100				
200				
300				
400				
500				
600				
700				
800				
900				
1000				

Simuler de la même façon 200, 300 ,1000 et2000 lancers et compléter le tableau coloré.

Pour constituer 5 échantillons de chaque taille, recommencer cette simulation 5 autres fois et noter à la fréquence obtenue.

Calculer la moyenne des 5 fréquences pour chaque taille d'échantillons dans la dernière colonne.

Noter vos résultats :

	Fréquences de Pile					
Taille n	Echantillon 1	Echantillon 2	Echantillon 3	Echantillon 4	Echantillon 5	moyenne
100						
200						
300						
400						
500						
600						
700						
800						
900						
1000						
2000						

Mise en commun avec les autres groupes :

Pour disposer de plusieurs moyennes de fréquences des échantillons, mettons en commun les résultats des groupes de la classe.

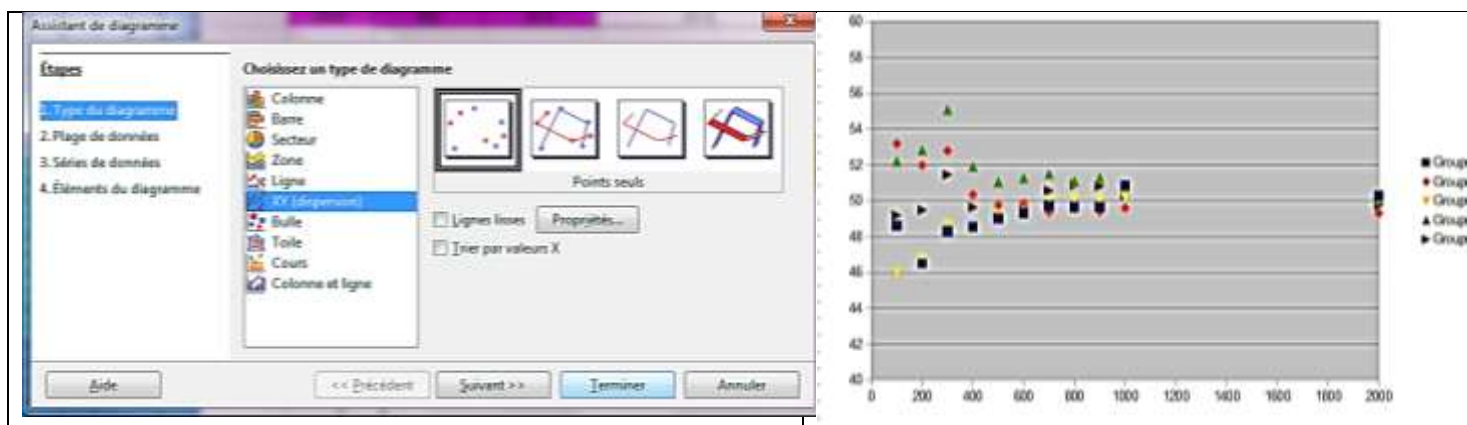
	Moyenne des fréquences de Pile pour 6 simulations					
Taille n	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5	Groupe 6
100						
200						
300						
400						
500						
600						
700						
800						
900						
1000						
2000						




Vocabulaire :

Chaque groupe a obtenu une liste de 5 fréquences de piles c'est-à-dire une distribution d'échantillonnage pour 100, 200 1000 et 2000 lancers.

Chaque groupe a calculé pour chaque taille d'échantillons (100, ... ,2000) la moyenne des 5 fréquences.

On veut représenter sur un graphique toutes ces moyennes à l'aide du tableur.



Compétences	Critères d'évaluations/ les attendus	Condition de la réalisation			Mes impressions		
	J'ai été capable de :	Seul(e)	Aide d'un camarade	Aide du professeur			
Réaliser TIC	Simuler à l'aide de l'informatique 100 à 2000 lancers.						
	Calculer la moyenne de la série des 5 fréquences f_i des échantillons aléatoires de même taille n prélevés.						
	Représenter sur un graphique toutes ces moyennes à l'aide du tableur.						

La communication du résultat et la confrontation à l'hypothèse - Restitution :

- Aux vues de vos résultats, compléter la phrase suivante :

« Lorsque la taille des échantillons augmentent, on observe que la moyenne des fréquences seautour de la valeur..... »

- Formuler en l'argumentant une réponse à la problématique

.....

.....




.....

.....

.....

.....

.....

Compétences	Critères d'évaluations/ les attendus	Condition de la réalisation			Mes impressions		
	J'ai été capable de :	Seul(e)	Aide d'un camarade	Aide du professeur			
Analyser	Proposer des améliorations sur les conditions expérimentales et la méthode de résolution.						
Valider	J'ai été capable d'interpréter mes résultats expérimentaux.						
	J'ai été capable de justifier mes réponses en utilisant des arguments adaptés.						
Communiquer	Répondre à la problématique en utilisant les résultats précédents						

L'écriture de la trace écrite :

1. Echantillon

Le tirage au hasard et avec remise de n éléments dans une population permet de constituer un

.....
Exemple : lancer 10 fois une pièce constitue un échantillon de taille

Lorsque l'effectif (N) de la population reste suffisamment grand devant la taille n de l'échantillon, le prélèvement d'un échantillon pourra être assimilé à un tirage avec remise.

Exemple : Si on obtient FACE lors d'un lancer, on n'a pas plus de chance d'obtenir PILE au suivant.

On note p la fréquence relative à un caractère de la population et f la fréquence relative à ce même caractère pour l'échantillon prélevé.

Exemple : Dans une expérience de lancer de pièce la probabilité de sortie PILE est $p = \dots$. Si dans un échantillon de taille 10, il y a 3 piles alors la fréquence de pile pour cet échantillon est $f = \dots$

METHODE

Pour simuler expérimentalement à l'aide d'un tableur une prise d'échantillons aléatoires de taille n fixée, extraits d'une population où la fréquence p relative à un caractère est connue, on peut utiliser la fonction ALEA qui fournit au hasard une valeur selon plusieurs critères :

=ENT (ALEA ()+p)	Donne 0 avec la probabilité $1-p$ et 1 avec la probabilité p
=ALEA.ENTRE.BORNES(a;b)	Pour obtenir un nombre entier aléatoire dans l'intervalle $[a ; b]$

On étend cette formule dans d'autres cellule jusqu'à obtenir la taille n voulue de l'échantillon.

2. Echantillonnage d'une fréquence

✚ Dans une population d'effectif N où la fréquence d'un caractère est p et dans laquelle on prélève k échantillons de taille n , la liste des fréquences f_1, f_2, \dots, f_k du caractère, obtenue sur les k échantillons, constitue une de la fréquence étudiée.

Par exemple :

Si on répète 5 fois l'expérience de 100 lancers d'une pièce et que l'on calcule pour chaque échantillon la fréquence de sortie de PILE, on obtient :

- échantillons aléatoires de taille ($k = \dots$ et $n = \dots$)
- fréquences relative à ces échantillons : (f_1, f_2, \dots, f_5)

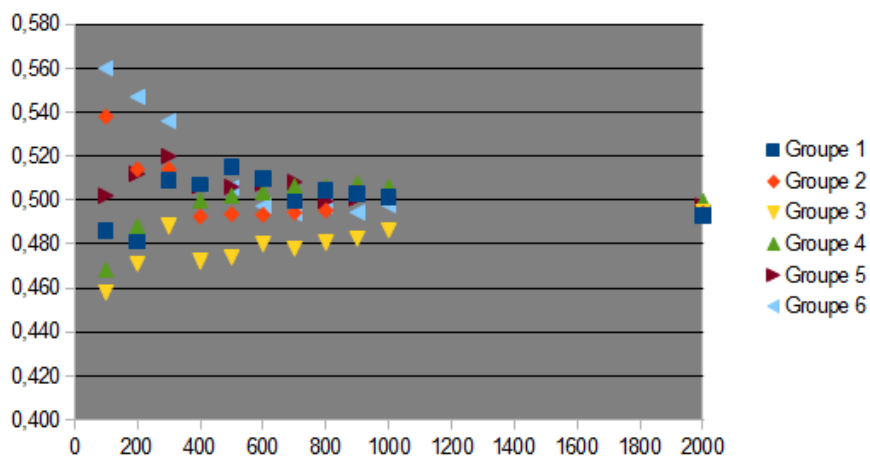
On appelle cette liste de fréquences obtenue sur les échantillons :

✚ En calculant la moyenne de ces fréquences : $\frac{f_1 + f_2 + \dots + f_k}{k}$ on constate qu'en

augmentant la taille n des échantillons, la moyenne de ces fréquences tend vers la valeur p .

Exemple :

Dans l'activité 1, on a refait 5 fois l'expérience de 100,200, ...,2000 lancers de pièces à l'aide d'un tableur. On a saisi la formule =ENT (ALEA () +0,5) dans 100 , 200 , ..., 2000 cellules. On a constitué ainsiéchantillons de tailles différentes = 100, 200, ...,2000. On a fait la moyenne des fréquences obtenues lors des 5 expériences pour 100,...,2000 lancers. On obtient donc la moyenne de échantillons de tailles différentes ... = 10, 200, ...,2000. Les résultats mis en commun par 6 groupes ont permis d'obtenir les résultats pour 6 simulations de cette expérience.



Lorsque la taille des échantillons augmente, on observe que la se stabilise autour de la valeur qui est la valeur de la