

POUR L'ÉCOLE
DE LA CONFIANCE



Écrire pour apprendre, écrire pour comprendre,
de la maternelle au lycée



Faire parler et faire écrire les élèves pour comprendre les énoncés mathématiques et favoriser la résolution de problème

À travers l'exemple des problèmes de
comparaison

Montpellier – Jeudi 12 mars 2020

Francine Pana-Martin – CPC – Marvejols

Planning atelier 2h

- **Activité 1 / Tri ou classement d'énoncés + mise en commun**
- **Activité 2 / La congruence : analyse des difficultés dans les problèmes de comparaison**
- **Activité 3 / La verbalisation : un outil au service des mathématiques : exemple avec les travaux de S. Petit et de A. Camenisch**
- **Activités 4 / Transposition : quelles pistes pour la formation des PE ?**

Activité 1 / Organiser ces problèmes

1) Théo a 150 images. Léa a 30 images de plus que Théo. Combien d'images possède Léa ?	2) Théo a 150 images. Il a 30 images de moins que Léa. Combien d'images possède Léa ?	3) Etienne a 3 billes de plus que Lucie. Etienne a 6 billes. Combien de billes a Lucie ?
4) Macha a 2 bonbons de moins que Léa. Macha a 5 bonbons. Combien de bonbons a Léa ?	5) Billy a 4 cubes de plus que Sami. Billy a 6 cubes. Combien de cubes a Sami ?	6) Jean a 14 billes. Paul a 5 billes de moins que Jean. Combien de billes a Paul ?
7) Luc a 2 pains de plus que Badi. Luc a 7 pains. Combien de pains a Badi ?	8) Rémi a 3 pommes de plus que Lina. Lina a 5 pommes. Combien de pommes a Rémi ?	9) Badi a 2 pains de moins que Luc qui a 7 pains. Combien de pains a Badi ?
10) Lina a 5 pommes. Elle a 3 pommes de moins que Rémi. Combien de pommes a Rémi ?	11) ...	12) ...

Des exemples d'organisation

... plus ou moins mathématiques ?

ceux qui contiennent « de moins »	ceux qui contiennent « de plus »
2 4 6 9 10	1 3 5 7 8

ceux qui se résolvent avec une addition	ceux qui se résolvent avec une soustraction
1 2 4 8 10	3 5 6 7 9

on sait d'abord une personne et la quantité qu'elle possède	on sait d'abord la différence	
	en plus	en moins
1 2 6 10	3 5 7 8	4 9

congruent	non congruent
1 6 8 9	2 3 4 5 7 10

Les problèmes

1) Théo a 150 images. Léa a 30 images de plus que Théo. Combien d'images possède Léa ? $150 + 30 = 180$	2) Théo a 150 images. Il a 30 images de moins que Léa. Combien d'images possède Léa ? $150 + 30 = 180$	3) Etienne a 3 billes de plus que Lucie. Etienne a 6 billes. Combien de billes a Lucie ? $6 - 3 = 3$
4) Macha a 2 bonbons de moins que Léa. Macha a 5 bonbons. Combien de bonbons a Léa ? $5 + 2 = 7$	5) Billy a 4 cubes de plus que Sami. Billy a 6 cubes. Combien de cubes a Sami ? $6 - 4 = 2$	6) Jean a 14 billes. Paul a 5 billes de moins que Jean. Combien de billes a Paul ? $14 - 5 = 9$
7) Luc a 2 pains de plus que Badi. Luc a 7 pains. Combien de pains a Badi ? $7 - 2 = 5$	8) Rémi a 3 pommes de plus que Lina. Lina a 5 pommes. Combien de pommes a Rémi ? $5 + 3 = 8$	9) Badi a 2 pains de moins que Luc qui a 7 pains. Combien de pains a Badi ? $7 - 2 = 5$
10) Lina a 5 pommes. Elle a 3 pommes de moins que Rémi. Combien de pommes a Rémi ? $5 + 3 = 8$	11) ...	12) ...

Comparer par deux

1) Théo a 150 images.

Léa a 30 images de plus que Théo.

Combien d'images possède Léa ?

$$150 + 30 = 180$$

2) Théo a 150 images.

Il a 30 images de moins que Léa.

Combien d'images possède Léa ?

$$150 + 30 = 180$$

Comparer par deux

**8) Rémi a 3 pommes de plus
que Lina.
Lina a 5 pommes.**

**Combien de pommes a Rémi ?
 $5 + 3 = 8$**

**10) Lina a 5 pommes.
Elle a 3 pommes de moins que
Rémi.**

**Combien de pommes a Rémi ?
 $5 + 3 = 8$**

Comparer par deux

7) Luc a 2 pains de plus que Badi.

Luc a 7 pains.

Combien de pains a Badi ?

$$7 - 2 = 5$$

9) Badi a 2 pains de moins que Luc qui a 7 pains.

Combien de pains a Badi ?

$$7 - 2 = 5$$

Activité 2 / La congruence

Dans les problèmes de comparaison :

- A votre avis, quelles sont les difficultés pour les élèves, de quels types sont-elles ?
- En général, dans les problèmes, deux types de difficultés : d'ordre lexical ou grammatical.
- Ici, type grammatical.

La congruence

- Congruence : fait de coïncider, de s'ajuster parfaitement.
- Qu'est-ce qui coïncide dans ces problèmes ?
 -

Activité 3 / La verbalisation

- **Un outil au service des mathématiques :**
 - Plan Villani Torossian, la mesure 5 concerne les étapes de l'apprentissage en mathématiques :
*« Dès le plus jeune âge mettre en œuvre un apprentissage des mathématiques fondé sur la **manipulation** et l'expérimentation ; la **verbalisation** ; l'**abstraction**. »*

Activité 3 / La verbalisation

ORAL et/ou ÉCRIT

Les six diapos suivantes sont extraites de :

https://disciplines.ac-toulouse.fr/mathematiques/sites/mathematiques/files/se_former/journees_pedagogiques/journees_pedagogiques_college/jpc_2019/diaporama.pdf

Quand verbaliser, mettre en mots?

- Pour reformuler ;
- Pour s'approprier un nouveau concept;
- Pour institutionnaliser ;
- Pour expliquer son raisonnement, pour aider à la quête de sens (corriger des conceptions fausses...);
- Pour mémoriser.

Reformuler

- un élève explique un énoncé, ou certains mots, à la classe(en activité, exercices ou correction...);
- Faire travailler plusieurs formulations d'une notion(fonctions)...

Pour s'approprier un nouveau concept...

Lors d'une activité de découverte d'une nouvelle notion, laisser vivre et accepter des formulations d'élèves intermédiaires, non abouties, dans le langage courant. Celles-ci peuvent être éloignées des formulations visées mais sont en général révélatrices de sens.

Exemple de formulation d'élève : "On rentre 5 dans la fonction f ; il sort 3".

...vers l'institutionnalisation

- Mise en commun vers l'institutionnalisation:

Un élève fait une première proposition.

Cette proposition est complétée par les élèves qui cherchent à l'améliorer et par le professeur qui peut donner du vocabulaire spécifique qui permettra d'être plus clair.

- La proposition finale est notée dans le cours.

Pour expliquer son raisonnement, pour aider à la quête de sens

- Faire dire (ou écrire) les propriétés utilisées (en calcul fractionnaire, calcul littéral...) ;
- En analyse d'erreurs d'un contrôle: annoter les copies en posant des questions dont les réponses vont permettre aux élèves de verbaliser leur erreur ou donner une piste de réussite ;
- Intérêt du vocabulaire spécifique: activité pour mettre en évidence l'importance du vocabulaire mathématique pour se comprendre (figure téléphonée) ;
- Interdire le « j'ai rien compris »: l'élève doit dire ce qu'il n'a pas compris précisément ;
- Insister sur certaines lectures : en 6ème lecture des nombres sans le mot virgule; lecture de $(3x)^2$.

Pour mémoriser

- En début de cours des élèves rappellent ce qui a été appris au cours précédent;
- En fin de cours des élèves font le bilan de ce qui a été appris et ce qu'ils ont compris;
- En AP, devoirs faits, les élèves déterminent et utilisent un moyen de mémoriser : en écrivant le cours, faisant des fiches, une carte mentale, en récitant...
- En bilan de séquence: Faire réaliser une affiche, une fiche, une carte mentale, par les élèves en groupes pour qu'ils ciblent, entre eux, ce qui leur semble important(DM)...

Comment verbaliser ?

- parler/écrire: une aide à la résolution de problèmes de comparaison d'état en C 2 et 3 ?

Exemple avec les travaux de S. Petit et de A. Camenisch :

<https://afdm.apmep.fr/rubriques/eleves/resolution-de-problemes-et-apprentissage-de-la-langue-a-lecole-elementaire/>



The image shows a screenshot of the 'Au Fil des Maths' website. The header features the APMEP logo on the left, the title 'AU FIL DES MATHS de la maternelle à l'université...' in the center, and the issue information 'n° 534 Octobre, novembre, décembre 2019' on the right. Below the header is a navigation menu with items like 'LE FIL', 'FILS ROUGES', 'SOMMAIRES', 'ÉDITORIAL', 'OPINIONS', 'AVEC LES ÉLÈVES', 'OUVERTURES', 'RÉCRÉATIONS', and 'AU FIL DU TEMPS'. The main content area displays the article title 'Résolution de problèmes et apprentissage de la langue à l'école élémentaire' and a short introductory paragraph: 'Comprendre un énoncé de problème en mathématiques n'est pas toujours simple pour des élèves, mais c'est déterminant pour la réussite... Serge Petit et Annie Camenisch nous proposent ici quelques pistes pour travailler sur la langue en mathématiques en cycle 2.'

Serge Petit et Annie Camenisch

Une stratégie possible de lecture d'un énoncé de problème

Si l'élève doit parvenir *in fine* à comprendre l'énoncé en autonomie, il appartient à l'enseignant de donner des outils permettant aux élèves d'avoir accès à cette compréhension. Cela se traduit souvent en classe par des relectures ou reformulations orales de l'énoncé, à chaque fois recommencées, mais non par le développement d'une stratégie explicite, transposable à tout énoncé.

On peut ainsi faire porter l'attention des élèves sur certaines difficultés langagières récurrentes apparaissant souvent dans les énoncés. Ces difficultés peuvent être lexicales (mot inconnu qui bloque la représentation) ou grammaticales. Si les premières peuvent se résoudre en convoquant explicitement l'univers de référence, les secondes demandent un travail écrit systématique (au début du cycle 2) ou différencié (en fonction des compétences de lecture des élèves).

Documents ressources

- **Extrait du nombre au cycle 2 : Partie 5 « Aider les élèves en mathématiques » pp. 90 et 91.**
- **Extrait** CAMENISCH- PETIT : 2019 - article disponible à l'adresse suivante :
<https://afdm.apmep.fr/rubriques/elevs/resolution-de-problemes-et-apprentissage-de-la-langue-a-lecole-elementaire/>

Aussi proposons-nous un dispositif prenant appui sur la langue. Problème donné à des élèves de CE2 :

Étienne a trois billes de moins que Lucie. Étienne a six billes. Combien de billes a Lucie ?

- J'écris ce que je cherche :
 - *Je cherche le nombre de billes de Lucie.*
- J'écris la phrase réponse (à trou) :
 - *Lucie a _____ billes.*
- J'écris ce que je sais :
 - *Étienne a trois billes de moins que Lucie.*
 - *Étienne a six billes.*
- Je cherche si dans l'énoncé une phrase commence par *Lucie a...* La réponse est négative. En revanche, une phrase se termine par *Lucie*.
- Je reformule cette phrase, ce qui donne : *Lucie a trois billes de plus qu'Étienne.*
- Je reformule alors ce que je sais :
 - *Lucie a trois billes de plus qu'Étienne.*
 - *Étienne a six billes.*

J'obtiens une représentation de la situation congruente avec l'écriture mathématique qui me permet facilement de trouver la solution.
- Je complète la phrase réponse : Lucie a 9 billes.








Ce qui vient d'être écrit peut sembler long, mais ce travail, réalisé de manière rituelle à l'oral et à l'écrit, semble conduire à une amélioration des résultats.

Activités 4 / Transposition

- **Quelles pistes pour la formation des PE ?**
- **En groupe : que peut-on faire de cette réflexion dans notre travail d'enseignant ou de formateurs ?**
- **Quels leviers ?**

Pour aller plus loin...

Rappel - Typologie de Vergnaud

<p>3) comparaison d'états (de mesures) ; de plus que, de moins que</p> 	<p>Combien de plus que</p> 	$3 + 5 = \dots$	<p>Catégorie 9</p> <p>9. Recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison positive. « Léo a 3 billes. Juliette a 5 billes de plus que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>
	<p>Combien de moins que</p> 	$9 - 5 = \dots$	<p>Catégorie 10</p> <p>10. Recherche de l'état à comparer connaissant l'état comparé et la comparaison négative. « Léo a 9 billes. Juliette a 5 billes de moins que lui. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>
	<p>Combien... sachant combien de plus que</p> 	$9 - 2 = \dots$	<p>Catégorie 11</p> <p>11. Recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison positive. « Léo a 9 billes. Il en a 7 de plus que Juliette. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>
	<p>Combien... sachant combien de moins que</p> 	$9 + 5 = \dots$	<p>Catégorie 12</p> <p>12. Recherche de l'état comparé connaissant l'état à comparer et la comparaison négative. « Léo a 9 billes. Il en a 5 de moins que Juliette. Combien de billes Juliette a-t-elle ? »</p>
	<p>Combien entre</p> 	<p>Entre 3 et 9 il y a ... de plus</p>	<p>Catégorie 13</p> <p>13. Recherche de la comparaison positive connaissant les deux états. « Léo a 3 billes. Juliette en a 9. Combien de billes Juliette a-t-elle de plus que Léo ? »</p>
	<p>Combien entre</p> 	<p>Entre 8 et 6 il y a ... de moins</p>	<p>Catégorie 14</p> <p>14. Recherche de la comparaison négative connaissant les deux états. « Léo a 8 billes. Juliette en a 6. Combien de billes Juliette a-t-elle de moins que Léo ? »</p>

Pour aller plus loin...

Sander : le recodage sémantique

<http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2015/11/16-Emmanuel-Sander-Jean-Francois-Richard.pdf>

Sander : vidéo de 22 minutes

<http://www.cnesco.fr/fr/numeration/paroles-dexperts/resolution-de-problemes-et-operations/>

Développer la flexibilité représentationnelle

Lors d'une course, 108 coureurs prennent le départ. Il y a beaucoup d'abandons : 85 coureurs seulement terminent la course. Combien de coureurs ont abandonné ?

25% de réussites en début de CE2 ; DEPP 2014

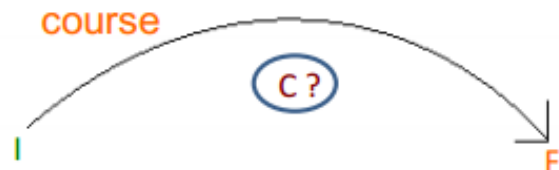
Soustraire 85 de 108 est difficile car 85 est le nombre de coureurs qui restent. Il faut amener à concevoir que le nombre d'abandons est la partie manquante.

Codage (spontané) transformation

Etat initial : Les 108 coureurs

Transformation : Les coureurs qui abandonnent

Etat final : Les 85 coureurs qui terminent la course



Recodage combinaison

Partie 1 : Les 85 coureurs qui terminent la course

Partie 2 : Les coureurs qui abandonnent

Tout : Les 108 coureurs



Développer la flexibilité représentationnelle

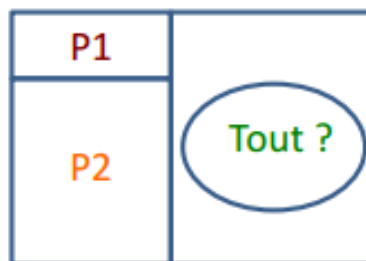
Pierre va à l'école avec des billes bleues et des billes rouges. A la récréation, il perd ses 39 billes rouges. Maintenant il lui reste ses 4 billes bleues. Combien de billes Pierre avait-il avant la récréation?

- Codage combinaison

Partie 1: 39 billes rouges perdues

Part 2: 4 billes bleues restantes

Tout : Les billes de Pierre avant la récréation

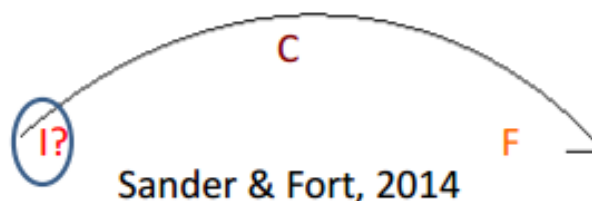


- Codage transformation

Etat initial : Les billes de Pierre avant la récréation

Transformation : 39 billes (rouge)

Etat final : 4 billes (bleues)



MERCI