Mathématiques complémentaires

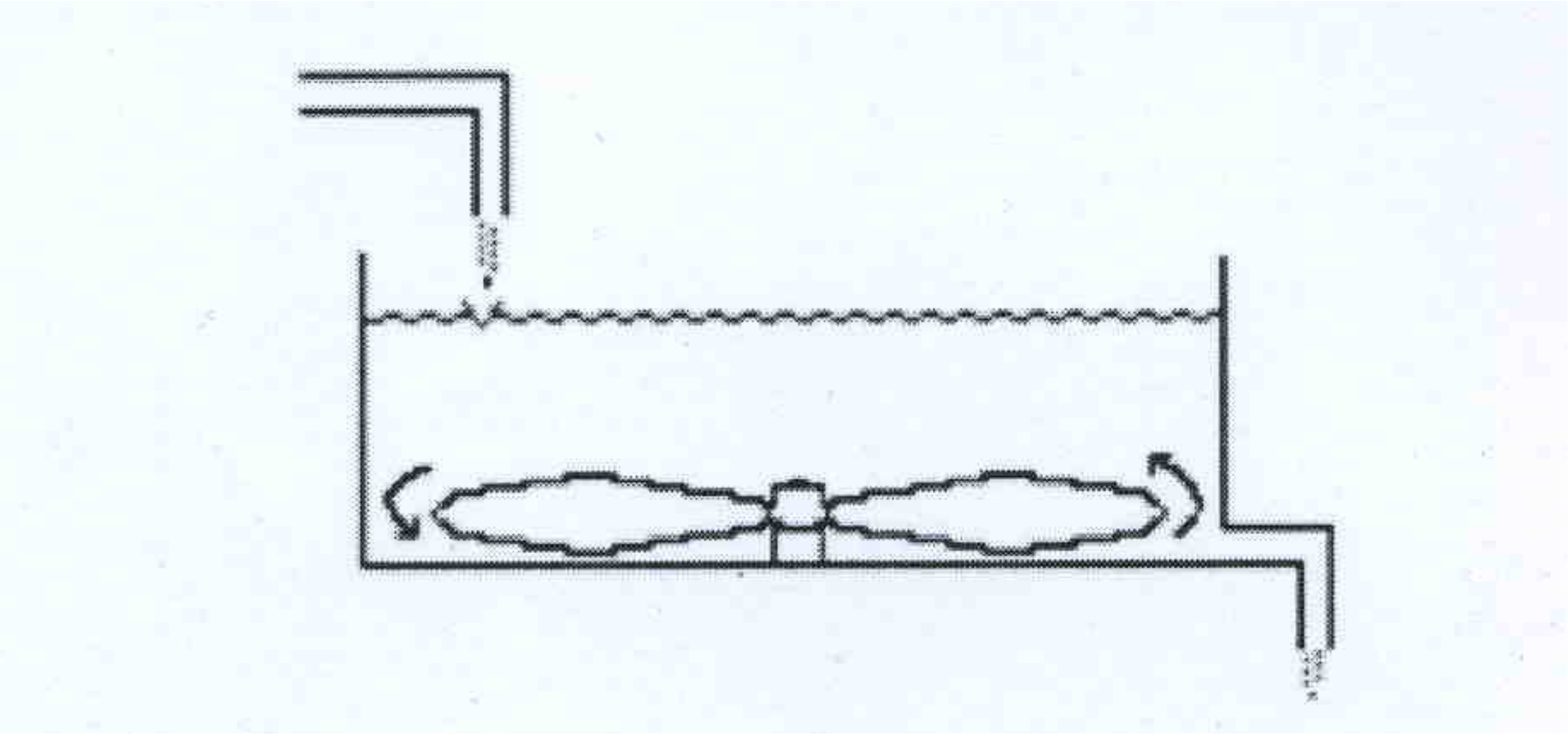
Organisation de l'année Mathématiques complémentaires.

	Description	Modèles définis par une fonction d'une variable	Modèles d'évolution	Approche historique de la fonction logarithme	Calculs d'aires	Répartition des richesses, inégalités	Inférence baysienne	Répétition d'expériences indépendantes, échantillonnage	Temps d'attente	Corrélation et causalité
Dérivation	Rappels : tangentes, formules de 1ere, variation , signe d'un polynôme. Utilisation des nouvelles formules.									
Probabilité	Retour sur les probabilités conditionnelles avec pour objectif la formule de Bayes, variables indépendantes. Fiabilité d'un test.						**Fiabilité d'un test .** **Éthylotest**			
Loi binomiale	Loi Binomiale.									
Limite de suites	Approche graphique, opération, comparaison, suites géométriques et arithmético-géométrique. Rappel nécessaires sur l'utilisation des notations.		**Paradox de Xénon**							
Fonction logarithme népérien	Approche historique, définition avec exponentielle, étude.			**Approche + Algo**						
Loi géométrique	Définition, propriétés espérance, variance et écart type.									
Primitives	Problèmes conduisants à l'utilisation des primitives, primitives usuelles, propriétés.									
Équations différentielle et primitives	Équations différentielles d'ordre 1.		**Dillution** **Population**							
Loi à densité	Définition, espérance, variance. (une première approche des notations intégrales) Loi uniforme, Loi exponentielle.								**Datation**	
Statistiques à deux variables	Ajustement affine, droite des moindres carrés, corrélation, changement de variable. Extrapolation, interpolation.		**Ajustement affine et suite**							**Ajustement affine et suite** **Correlation ?**
Intégration	Définition pour les fonctions continues positives, généralisation, application.				**Propriété de l'aire**					
Limite de fonction Continuité Convexité										

<u>Fiche élève</u>

<u>La dilution d'une solution saline :</u>

Un bassin contient 100 litres d'eau. Dans ce bassin sont dissous 10kg de sel.
 Une arrivée d'eau pure, avec un débit de 10 litres par minute (10litres/min) démarre à l'instant 0. En même temps que l'arrivée d'eau pure, une évacuation du mélange contenu dans le bassin est assurée avec un débit de 10litres/min. L'homogénéisation du contenu du bassin est assurée de façon permanente et instantanée par un mélangeur. Au bout d'une heure, quelle quantité de sel reste-t-il dans le bassin ?



Revenir à la progression

TS_2 **Vers les équations différentielles. Introduction à la fonction exponentielle.**

Fiche professeur.

Scénario et prévisions diverses :

Phase 1 : phase d'appropriation individuelle et bilan (10 minutes environ).

Phase 2 : travail en groupes de 3 ou 4 (30minutes environ). Les groupes sont constitués par le professeur.

Phase 3 : synthèse collective d'un quart d'heure.

Phase 4 : recherche collective d'un modèle continu conduisant à l'équation différentielle $S' = KS$. Notion d'équation différentielle. Introduction de la fonction exponentielle.

Phase 1 : coup de pouce

Leur dire de repérer les paramètres et de créer une expérience permettant de répondre au problème. Si blocage complet, leur souffler une expérience, leur laisser trouver l'autre. Ne pas leur dire de procéder par étape d' une minute mais par étape d'un certain temps.

Expériences attendues :

On s'attend à ce qu'ils procèdent par étapes d'une minute

- **Première modélisation** :On arrête le robinet d'eau pure au début de chaque minute et, pendant une minute, on laisse couler le robinet de vidange .On complète ensuite de façon instantanée avec 10l d'eau pure. (le remplissage se fait à la fin)

- **Deuxième modélisation :**

C'est le contraire, on arrête la vidange pendant une minute alors que l'eau pure coule continument puis vidange instantanée. (EP2) (la vidange se fait à la fin)

Pour ces deux modélisations, on suppose implicitement que pendant une minute la quantité de sel (la concentration en sel) reste constante. Le professeur les incitera à faire les calculs pour les 2 modélisations.

Phase 2 : (voir annexe).

Phase de calcul.

EP1 débouche sur $s(60) = 10\times 0.9^{60}$ EP2 débouche sur $s(60) = 10\times (\frac{10}{11})^{60}$. (Révision suite géométrique).

EP1 :

10kg $\rightarrow 100l$

$x \rightarrow 90l$

EP2 : S(0)=10

10kg$\rightarrow 110l$

$x \rightarrow 100l$

Ce dernier résultat étant le double du premier.

La discordance des résultats et le sentiment des élèves que le phénomène est continu et non discret doivent les amener à diminuer l'intervalle de temps. (attention au changement d'unité, en litres par seconde)

Nouveau calcul avec la seconde.

Revenir à la progression

Activité d'introduction :

Source : Hyperbole Nathan

En 1950, un pays comptait 30,5 millions d'habitants. Depuis cette année, sa population a un taux annuel moyen de natalité de 20 pour 1 000, c'est à dire qu'il y a en moyenne 20 naissances enregistrées au cours d'une année pour 1 000 habitants.

De façon analogue, depuis 1950, le taux annuel moyen de mortalité est de 15 pour 1 000.

De plus, chaque année en moyenne, 100 000 nouveaux arrivants s'installent dans ce pays.

Notre objectif est d'étudier l'évolution démographique de ce pays.

1 Modèle discret

On note $P(n)$ la population de ce pays, en million d'habitants, l'année $1\,950 + n$ avec $n \in \mathbb{N}$.

1. Que vaut $P(0)$?
2. Utiliser les information donnés sur l'évolution de cette population pour expliquer pourquoi pour tout entier naturel n,

$$P(n+1) - P(n) = 0,005P(n) + 0,1$$

3. À l'aide de la calculatrice, estimer la population de ce pays en 2 050, si les conditions d'évolution restent inchangées.

2 Modèle continu

On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, qui à un instant $1\,950 + t$, en année, associe la population de ce pays à cet instant.
Ainsi, $P(0) = 30,5$ et pour tout réel $t \geqslant 0$, $P(t+1) - P(t) = 0,005P(t) + 0,1$ **(R)**

1. On suppose que la fonction P est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et on approche $P(t+1) - P(t)$, c'est à dire $\dfrac{P(t+1) - P(t)}{(t+1) - t}$, par $P'(t)$.

   Avec la relation **(R)**, exprimer $P'(t)$ en fonction de $P(t)$.

   En général, pour ce type de problème, on note y le fonction cherchée et y' sa fonction dérivée, ainsi les équations du type $y' = ay + b$ où a et b sont deux réels, sont appelés des équations différentielles.

2. Vérifier que toute fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $P(t) = ke^{0,005t} - 20$ (où k est un nombre réel) est une solution de l'équation différentielle obtenue au 1.
3. Utiliser que $P(0) = 30,5$ pour trouver k.
4. Avec votre calculatrice tracer la courbe de la fonction P, puis estimer la population de ce pays en 2 050, en supposant que l'évolution se poursuive suivant notre modèle.

Revenir à la progression

Activité : Fiabilité d'un test

Dans une population donnée suffisamment grande, la proportion d'individus atteints d'une certaine maladie est x. Un laboratoire pharmaceutique informe sur les caractéristiques de son test de dépistage pour cette maladie :

- la probabilité qu'un individu malade ait un test positif est $0,99$, c'est la **sensibilité** du test ;
- la probabilité qu'un individu sain ait un test positif est $0,01$.

On choisit un individu au hasard dans cette population et on le soumet au test. On note :

- M l'événement : « L'individu est malade » ;
- T l'événement : « Le test est positif » ;

1) Fiabilité du test

L'agence française du médicament considère qu'un test est fiable lorsque la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit malade est supérieur à 0,95. Cette valeur s'appelle la **valeur prédictive positive**.

Déterminer à partir de quelle proportion d'individus atteints par la maladie ce test peut être considéré comme fiable.
Vous expliquerez votre démarche.

2) Inquiétude

Afin de ne pas trop inquiéter la population, on veut que la probabilité qu'un individu dont le test est négatif ne soit pas malade soit supérieur à 0,99. Cette valeur s'appelle la **valeur prédictive négative**.

Déterminer la proportion d'individus atteints par la maladie pour laquelle on n'inquiètera pas la population.

3) Conclusion

Faire une conclusion quant à la qualité du test.

Revenir à la progression

Inférence Baysienne

Objectif : S'interroger sur la nécessité d'une probabilité forte (ou faible) sur un test.
Prérequis : Probabilités conditionnelles
Contenu mathématique : Arbre, calcul de probabilités

Enoncé

Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif lorsqu'une personne testée a un taux d'alcoolémie excessif (c'est à dire strictement supérieur au seuil toléré). Mais il n'est pas parfait :

- À un taux d'alcoolémie excessif, l'éthylotest est positif 96 fois sur cent.
- À un taux d'alcoolémie acceptable, l'éthylotest est positif 3 fois sur cent.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants.
Dans une région, 95 % des conducteurs d'automobiles ont un taux d'alcoolémie acceptable.
On soumet au hasard un automobiliste de cette région à l'éthylotest.
On définit les événements suivants :

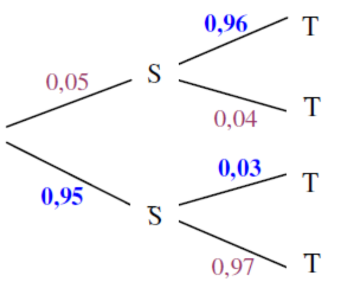
T : « L'éthylotest est positif » S : « Le conducteur a un taux d'alcoolémie excessif »

1) Traduire mathématiquement chacune des données numériques de l'énoncé en termes de probabilités puis construire un arbre pondéré associé à cette situation.

2) Quelle probabilité doit être proche de 1 pour estimer que ce test « remplit » sa mission ? Remplit-il sa mission ?

Eléments de correction et de réflexion

T : « L'éthylotest est positif »
S : « Le conducteur a un taux d'alcoolémie excessif »



À un taux d'alcoolémie excessif, l'éthylotest est positif 96 fois sur cent, donc $\mathbf{0{,}96 = P_S(T)}$.
À un taux d'alcoolémie acceptable, l'éthylotest est positif 3 fois sur cent donc $\mathbf{0{,}03 = P_{\bar{S}}(T)}$.
Dans une région, 95 % des conducteurs d'automobiles ont un taux d'alcoolémie acceptable donc $\mathbf{0{,}95 = P(\bar{S})}$.

Prolongement

On pourrait se poser la question de la fiabilité d'un tel test. Quelle probabilité doit être proche de 1 ?
Dans ce genre de situation c'est $\mathbf{P_{\bar{T}}(\bar{S})}$, c'est-à-dire qu'il faut être pratiquement certain que si le test est négatif alors la personne a un taux d'alcoolémie acceptable (on « remet en circulation » des « individus sains », même principe que pour une maladie contagieuse).

Ici on a : $P_{\bar{T}}(\bar{S}) = \dfrac{P(\bar{T} \cap \bar{S})}{P(\bar{T})} = \dfrac{0{,}95 \times 0{,}97}{0{,}9235} \approx 0{,}9978$ $P(T) = 0{,}05 \times 0{,}96 + 0{,}95 \times 0{,}03 = 0{,}0765$ d'où $P(\bar{T}) = 0{,}9235$

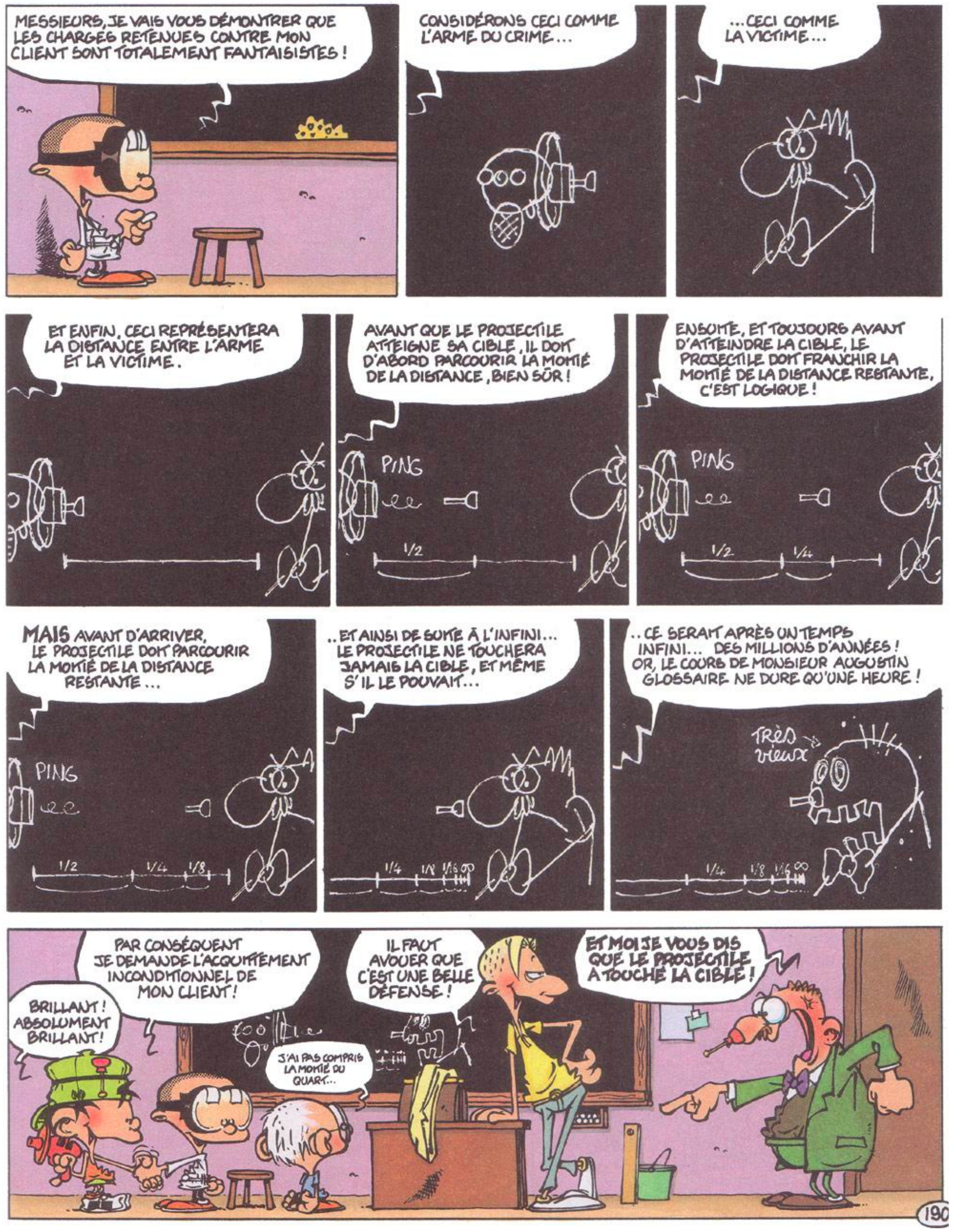
On a donc 99,78% des personnes ayant un test négatif qui ont donc un taux d'alcoolémie acceptable.
On pourrait rétorquer qu'il faut aussi que le test étant négatif, la probabilité que la personne ait un taux excessif, soit très faible, c'est-à-dire $P_{\bar{T}}(S)$. Or $P_{\bar{T}}(S) = 1 - P_{\bar{T}}(\bar{S}) = 0{,}0022$. La forte probabilité de l'un entraîne automatiquement la faible probabilité de l'autre.

On peut aussi aller jusqu'à inverser l'arbre.

Revenir à la progression

Activité suite

Dans cette activité, on s'intéresse à la planche de BD ci-dessous (Kid Paddle de Midam)



Utiliser le modèle mathématiques de votre choix pour confirmer ou infirmer l'argumentaire de la défense.

On peut imaginer donner ce travail à faire en groupe. Une série d'aide peut-être donnée à chaque groupe en s'aidant par exemple des questions de la page suivante :

Activité suite

Mathématiques
complémentaires

On va considérer que la distance entre l'arme et la victime est de 8 m.

1. Afin de valider ou non l'argumentaire de la défense nous allons modéliser la situation à l'aide d'une suite que nous noterons (d_n).
   (a) Donner la distance d_1 c'est à dire celle parcourue par la fléchette après une étape (vignette 5). Faites de même avec d_2 en utilisant la vignette 6.
   (b) Soit $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer la distance d_n parcourue après n étapes.
2. À l'aide du logiciel de votre choix, calculer les termes de la suite (d_n) à chaque étape et conjecturer la réponse à la question posée au début. « La fléchette va-t-elle toucher la cible ? »
3. Dans cette question, on se propose de déterminer le nombre d'étapes nécessaires pour que la fléchette se retrouve à moins de 1 micromètre de la cible. Pour cela on va utiliser le programme suivant :

```
1 d=0
2 n=0
3
4 while d .......      :
5     n=n+1
6     d=.......
7 print("la distance parcourue est de : ",d,"après ",n, "étapes.")
```

   (a) Compléter les lignes 4 et 6 pour qu'elles répondent à la question.
   (b) Tester le programme et donner les valeurs ainsi obtenues.
   (c) Pourquoi est-il possible d'obtenir une réponse ?

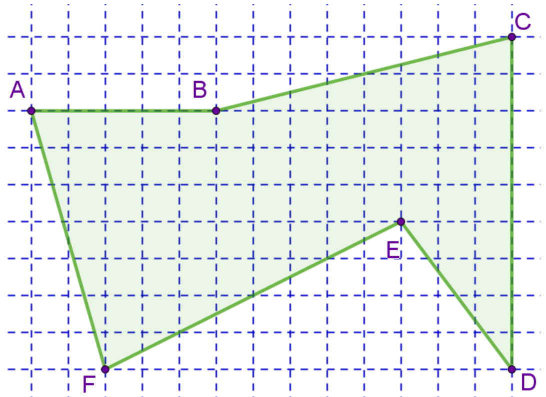
Revenir à la progression

Calculs d'aires

Objectif : Travail sur les propriétés ou axiomes du calcul d'aire
Contenu mathématique : Arbre, calcul de probabilités

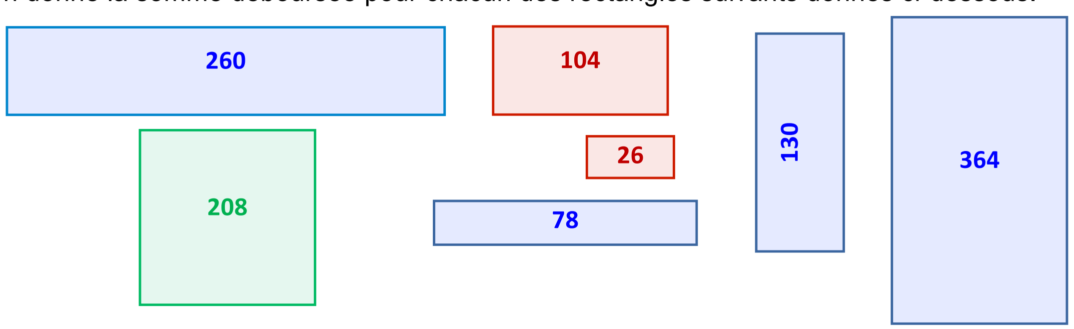
Activités sur l'axiomatique et les propriétés

Aire d'une surface polygonale (Additivité / Soustractivité – Aire des figures usuelles)



Quelle est l'aire du polygone ABCDEF ?

Aire d'un rectangle (Additivité mais pas que …)
(Avec habillage ou sans)
La restauration d'un meuble nécessite de recouvrir certaines parties avec de la feuille d'or.
On donne la somme déboursée pour chacun des rectangles suivants donnés ci-dessous.



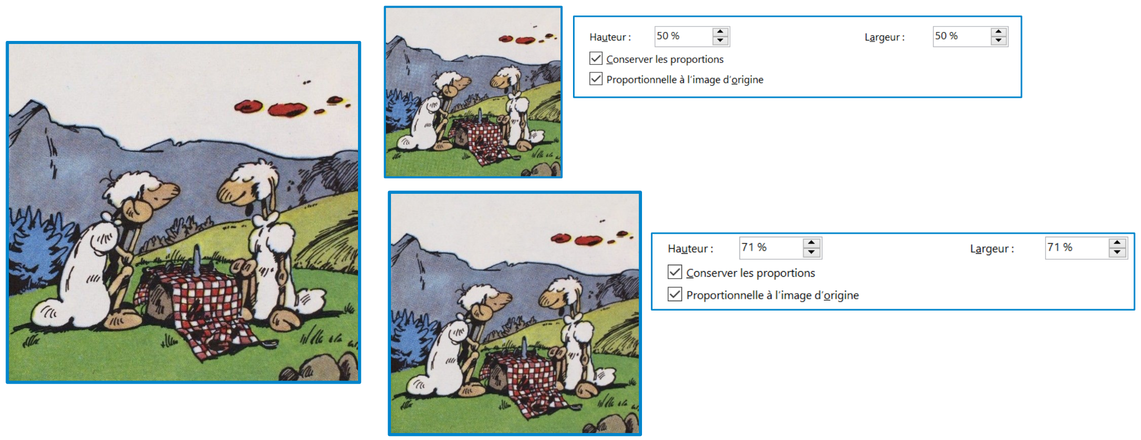
Quelle devrait la somme déboursée pour le rectangle gris donné ci-dessous ?

Démonstration (rigoureuse) des formules de calcul d'aire du parallélogramme, trapèze ou rectangle à partir de celle du rectangle, de découpage/recollage et isométries.

Aire et dilatation ou réduction

Aire et dilatation ou réduction

Modification de la « taille » d'une image
Une personne insère une image dans une zone de texte et souhaite diviser son aire par 2.
Commenter les copies d'écran données ci-dessous.

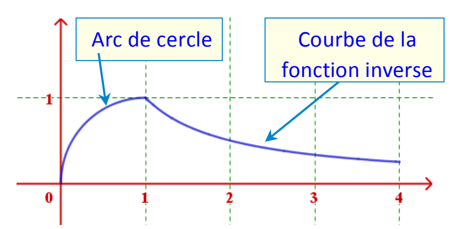


Images sûrement avec droit (BD : « Génie des alpages » - F'murrr – Edition Dargaud)

Les formats A4 et A3 à la photocopieuse.
Rappel des formats A1 à A5.
Pour passer du format A4 à A3 à l'aide d'une photocopieuse, en générale une touche est prévue et est associée à une augmentation de 141%. Pourquoi ?
Qu'en sera-t-il pour le passage d'une réduction d'un format A3 vers le formarA4 ?

Calcul d'aire d'une forme non « conventionnelle »

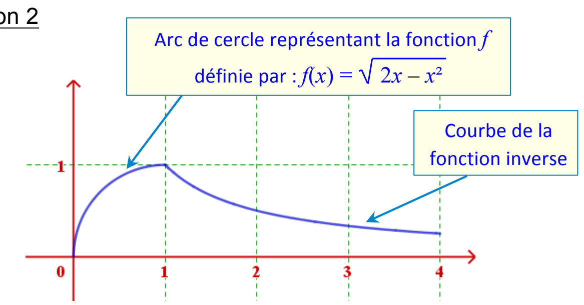
Aire d'une surface (Cercle / isométrie / calcul intégral)
Version 1



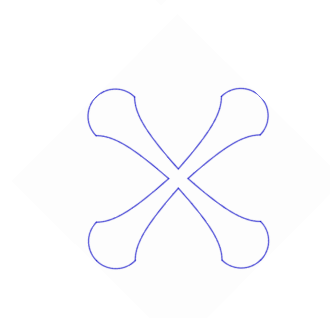
Courbes permettant de construire la croix ci-contre

Aire totale de cette croix

Version 2



Courbes permettant de construire la croix ci-contre



Aire totale de cette croix

Peut-être fait en fin de chapitre sur le calcul intégral ou en début de cours sur le calcul intégral pour introduire la notion d'aire sous la courbe.

Revenir à la progression

La fin du 16e siècle est l'époque des grands voyages maritimes et de la découverte des lois régissant le mouvement des planètes. Les mesures astronomiques, nécessaires pour la navigation, impliquent des calculs compliqués. Les multiplications, divisions et extractions de racines sont particulièrement pénibles à la main.

Après de longues années de travail, le mathématicien écossais Jean Neper établit, en 1614, une table appelée « table de logarithmes » qui permet de remplacer le calcul d'une multiplication par une addition.

PRÉFACE DE *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*

Rien, amis mathématiciens, n'est aussi pénible dans la pratique des arts mathématiques que les ralentissements importants et fastidieux causés par les longues multiplications et divisions, la recherche de proportions, et l'extraction de racines carrées et cubiques - et (...) les nombreuses erreurs susceptibles de s'y glisser : j'ai par conséquent recherché un procédé sûr et rapide pour résoudre ces difficultés. Finalement, après avoir beaucoup réfléchi, j'ai trouvé un moyen extraordinaire d'écourter les procédures (...). C'est pour moi une tâche plaisante que de dévoiler la méthode pour l'usage public des mathématiciens.

<u>**Voici ci-dessous un extrait de cette table**</u> :

0,1	
0,2	
1	0
2	0,69315
3	1,09861
4	1,38629
5	1,60944
6	1,79176
7	1,94591
8	2,07944
9	2,19722
10	2,30259
11	2,39790
12	2,48491
13	2,56495
14	2,63906
15	2,70805
16	2,77259
17	2,83321
18	2,89037
19	2,94444
20	2,99573
21	
25	
26	
27	

Cette table possède la propriété suivante : à la multiplication de deux nombres de la colonne gauche correspond l'addition de deux nombres de la colonne de droite.

Ainsi en face de 6, on trouve 1,79176 obtenu en ajoutant le nombre en face de 2 et celui en face de 3 car 6= 2×3

Quels nombres doit-on écrire en face de 21 et de 26 ?

Henry Briggs est un mathématicien anglais né en 1556 et mort en 1630. En 1624, 10 ans après « l'invention »des logarithmes par John Neper, Il publie son ouvrage *Arithmetica logarithmica* dans lequel on trouve des tables du logarithme décimal très précises. Il a ainsi établi les tables de logarithmes pour 30 000 entrées avec 14 décimales pour chaque logarithme.

Le but de l'exercice est de trouver une approximation du nombre ln(2) à l'aide de l'algorithme de Briggs.

1. a) Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. *Arrondir au dix-millième si besoin.*

x	0,999	0,9995	1	1,0005	1,001
$\ln(x)$					
$x-1$					

b) Que constate-t-on ?

On admet que si $x \in [0{,}999\,;1{,}001]$, alors $\ln(x) \approx x-1$.

2. (u_n) est la suite définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$.

a. Justifier que $\ln(u_1) = \frac{1}{2}\ln(2)$.
b. Exprimer $\ln(u_2)$ et $\ln(u_3)$ en fonction de ln(2).
c. Quelle conjecture pouvez-vous établir sur la nature de la suite (v_n) définie pour tout n entier naturel par $v_n = \ln(u_n)$?
d. On admet que la conjecture établie précédemment est vraie, exprimer alors v_n en fonction de n et de ln(2).
e. Expliquer pourquoi si $0{,}999 \le u_n \le 1{,}001$ alors $\ln(2) \approx (u_n - 1)\times 2^n$.

3. Voici un programme écrit en langage Python :

```
from math import *

def Approxi():
    u=2
    n=0
    while u>1.001:
        u=sqrt(u)
        n=n+1
    l=(u-1)*2**n
    l=round(l,3)
    return l
```

round(x,3) permet d'arrondir le nombre x au millième près.

a) Expliquer le rôle de la boucle while.
b) Que permet de faire cet algorithme ? préciser le rôle de la variable .
c) Saisir puis exécuter la fonction Approxi et vérifier la cohérence de votre résultat.

Revenir à la progression

Modèles d'évolution – Du discret au continu

Objectif : Passer d'un modèle discret (suite numérique) pour modéliser une situation à un modèle continu (ajustement affine)
Prérequis : Connaissance sur les suites arithmétiques.
Contenu mathématique nouveau abordé : Ajustement affine.

L'exercice suivant propose des questions préétablies, elles peuvent aussi être obtenues après débat avec les élèves.

Un moniteur de plongée tient un blog sur lequel il dépose des vidéos de ses plongées et des conseils.
Son blog a été mis en ligne en décembre 2020. Au bout d'un mois (au 1^er^ janvier 21) il a eu 96 visites sur son blog. Ainsi tous les mois il note le nombre de visites sur son blog.
Les nombres de visites des 6 premiers mois sont donnés dans le tableau suivant :

Semaine n°	1	2	3	4	5	6
Nbres de visites	96	149	206	254	306	356

1) Déterminer le nombre moyen de visites supplémentaires chaque mois.

2) Représenter sur le graphique ci-dessous le nombre de visites en fonction du numéro de la semaine.
Que constate-t-on ?

3) On souhaite modéliser la situation à l'aide d'une suite arithmétique.
On pose v_n le nombre de visites à l'issue du $n^{\text{ième}}$ mois. On suppose que v_n est une suite arithmétique de raison $r = 52$ et tel que $v_1 = 96$.
(on peut choisir aussi v_k= nbre de visites pour la semaine n°k) proposer différentes simulations
a) Ecrire v_n en fonction de n.
b) Quelle estimation peut-il espérer comme nombre de vues au bout de 8 mois ?
c) Quelle estimation au 15 octobre 2021 ?
n est un entier donc pas possible, lire sur la droite, moyenne entre deux valeurs, …

Problème du discret au continu
Mis en place du cours sur ajustement affine.
Obtention de l'équation de la droite avec nuage de points sur tableur.
Réponse à la question précédente

Prolongement possible
Ajustement exponentiel – Lien suite géométrique et fonction exponentielle.
Travail sur la fonction exponentielle et la fonction logarithme.

Problème annexe
Validité du modèle dans la durée (exemple modélisation d'un pourcentage de proportion par une fonction affine)

Revenir à la progression

Corrélation et causalité

Objectif : S'interroger sur la causalité d'une corrélation « construite »
Prérequis : Ajustement affine
Contenu mathématique : Manipulation d'écritures algébriques, calcul.

Depuis la rentrée scolaire la vie scolaire fait le bilan des retards cumulés sur le niveau terminal.
Le numéro du mois est donné par la variable t et le nombre de retard par la variable y.
Le mois n°1 étant le mois de septembre.

t	1	2	3	4	5	6
y	100	144	196	259	321	354

1) Représentation du nuage (papier ou tableur) et droite de régression de y en fonction de t.
(Arrondir les coefficients à $0{,}1$)

De cette même année la ville de ce lycée propose des places de stationnement permettant aux véhicules électriques de se recharger (notée par la suite « stationnement électrique »). Le bilan est fait à partir du même mois de septembre.
Le numéro du mois est donné par la variable t et le nombre de places par la variable z.
Le mois n°1 étant le mois de septembre.

t	1	2	3	4	5	6
z	9	20	32	45	55	72

2) Représentation du nuage (papier ou tableur) et droite de régression de z en fonction de t.
(Arrondir les coefficients à $0{,}1$)

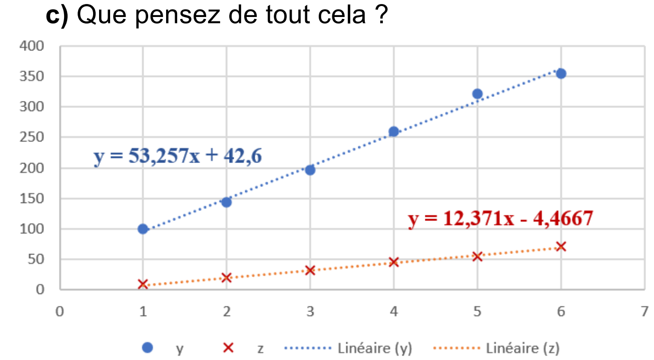
3) ***a)*** A partir de quel mois devrait-on dépasser les 107 places de « stationnement électrique » ?
b) Quel devrait-être le nombre de retards en terminale quand il y a aura au moins 107 places de « stationnement électrique » ?
c) Que pensez de cette « association » de prédictions ?

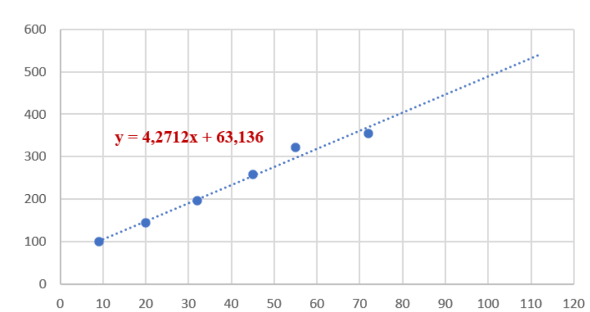
4) ***a)*** A partir de l'équation de la droite de régression de z en fonction de t obtenue à la question **2)**, écrire t en fonction de z.
b) A partir de l'équation de la droite de régression de y en fonction de t obtenue à la question **1)** et de l'écriture de t en fonction de z obtenu précédemment, écrire y en fonction de z.
c) En déduire la valeur de y pour $z = 107$.

5) Les données de z en fonction de y sont représentées par le tableau suivant :

z	9	20	32	45	55	72
y	100	144	196	259	321	354

a) Représentation du nuage (papier ou tableur) ?
b) Au vu du nuage un ajustement affine est-il justifié ? Si oui, donner l'équation de la droite de régression.
c) Que pensez de tout cela ?





Revenir à la progression

Temps d'attente

Datation au carbone 14 :

Voilà ce que l'on peut lire sur le site wikipédia :

La datation par le carbone 14, dite également datation par le radiocarbone ou datation par comptage du carbone 14 résiduel, est une méthode de datation radiométrique fondée sur la mesure de l'activité radiologique du carbone 14 (^{14}C) contenu dans la matière organique dont on souhaite connaître l'âge absolu, c'est-à-dire le temps écoulé depuis la mort de l'organisme (animal ou végétal) qui le constitue.
Le domaine d'utilisation de cette méthode correspond à des âges absolus de quelques centaines d'années jusqu'à, et au plus, 50 000 ans. L'application de cette méthode à des événements anciens, tout particulièrement lorsque leur âge dépasse 6 000 ans (préhistoriques), a permis de les dater beaucoup plus précisément qu'auparavant. Elle a ainsi apporté un progrès significatif en archéologie et en paléontologie.

Principe :

Le carbone 14 ou radiocarbone est un isotope radioactif du carbone dont la période radioactive (ou demi-vie) est égale à 5 734 ± 40 ans selon des calculs relevant de la physique des particules datant de 1961. Cependant, pour les datations on continue par convention d'employer la valeur évaluée en 1951, de 5 568 ± 30 ans.
La datation par le carbone 14 se fonde ainsi sur la présence dans tout organisme de radiocarbone en infime proportion (de l'ordre de 10^{-12} pour le rapport $^{14}C/C_{total}$). À partir de l'instant où un organisme meurt, la quantité de radiocarbone qu'il contient ainsi que son activité radiologique décroissent au cours du temps selon une loi exponentielle. Un échantillon de matière organique issu de cet organisme peut donc être daté en mesurant soit le rapport $^{14}C/C_{total}$ avec un spectromètre de masse, soit son activité X années après la mort de l'organisme.

1. Utiliser les données de l'énoncé pour dater un os retrouver au fond d'une grotte et dont il ne resterait que 30% de la proportion de carbone 14 de départ.

2. Pouvez-vous apporter des arguments quant-à la limite du modèle fixée à 50 000 ans ?

Remarque. *On pourrait ce servir de cette activité pour introduire la loi exponentielle mais pour cela il faut ajouter des information sur cette loi dans les données de l'énoncé.*

Revenir à la progression