

PROGRESSION (THÉORIQUE) DE L'ANNÉE

La progression est une piste d'organisation des chapitres de l'année de Mathématiques Expertes.

Pour chaque chapitre, au-delà des contenus, vous trouverez :

- Les pré-requis d'enseignement de spécialité de **première** et de **terminale** nécessaires.
- Les problèmes pouvant être traités hors temps classe.
- Les **fil conducteurs** de l'année permettant de spiraler les contenus (recherche d'un inverse, programmation Python, problèmes de cryptologie).
- La pratique de l'oral aura une place prépondérante dans chaque chapitre (présentation d'un mathématicien, d'une méthode ou résolution d'un exercice).

I. Nombres Complexes, premières définitions 4 semaines

1. Introduction géométrique et définition algébrique du nombre i . (Film dimensions chap.5)
2. Forme algébrique d'un nombre complexe. Opérations et conjugaison complexe.
3. Premières équations ($az = b$, $a\bar{z} = b$ et $az^2 + bz + c = 0$).
4. Représentation géométrique d'un nombre complexe dans le plan.
 - *Pré-requis* : **second degré**, **raisonnement par récurrence**
 - *Problèmes* : *Méthode de Cardan et Bombelli pour résoudre une équation de degré 3*
 - *Fil conducteur* : *Inverse d'un nombre complexe, programmation Python : résolution de $az^2 + bz + c = 0$ dans \mathbb{C}*

II. Arithmétique, division euclidienne dans \mathbb{Z} 3 semaines

1. Diviseurs et Multiples. Vocabulaire de l'arithmétique.
2. Division euclidienne dans \mathbb{Z} .
 - *Pré-requis* : **raisonnement par récurrence**
 - *Problèmes* : *Code-Barre EAN-13*
 - *Fil conducteur* : *Code secret à 9 chiffres, programmation Python : liste des diviseurs d'un entier*

III. Matrices, premières définitions 3 semaines

1. Définition d'une matrice (lien avec les graphes et les tableaux croisés).
2. Opérations sur les matrices.
 - *Pré-requis* : **définitions de suites**, **probabilités**, **raisonnement par récurrence**
 - *Problèmes* : *Images matricielles*
 - *Fil conducteur* : *Inverse d'une matrice, programmation Python : produit matriciel*

IV. Arithmétique, notion de congruences 3 semaines

1. Congruences dans \mathbb{Z} .
2. Propriétés des congruences.
 - *Pré-requis* : **raisonnement par récurrence**
 - *Problèmes* : *Numéro INSEE, critères de divisibilité, gamme tempérée*
 - *Fil conducteur* : *Avantages de l'écriture par rapport au premier chapitre d'arithmétique, découverte du chiffrement affine*

V. Factorisation d'un polynôme dans \mathbb{C} 3 semaines

1. Premières définitions (polynômes, racines,...)
2. Formule du binôme de Newton.
3. Factorisation de $z^n - a^n$.
4. Théorème de factorisation d'un polynôme (par $z - a$ où a est une racine)
 - Pré-requis : *second degré, raisonnement par récurrence*
 - Problèmes : *Retour sur les équations de degré 3 avec Tartaglia*
 - Fil conducteur : *programmation Python : division polynomiale*

VI. Nombres Complexes et géométrie 3 semaines

1. Module et argument d'un nombre complexe.
2. Forme trigonométrique et exponentielle.
3. Utilisation des nombres complexes pour résoudre des problèmes de géométrie.
4. Formules d'Euler et de De Moivre.
5. Racines n-ièmes de l'unité.
 - Pré-requis : *trigonométrie, exponentielle, raisonnement par récurrence*
 - Problèmes : *Étude de suites complexes*
 - Fil conducteur : *programmation Python : ensembles fractals*

VII. Arithmétique, PGCD de deux entiers 3 semaines

1. Définitions et propriétés du PGCD de deux entiers.
2. Nombres premiers entre eux.
3. Théorème de Bezout et théorème de Gauss.
 - Pré-requis : *raisonnement par récurrence*
 - Problèmes : *Équations diophantiennes*
 - Fil conducteur : *Inverse d'un entier modulo n , programmation Python : algorithme d'Euclide et d'Euclide étendu (Borel)*

VIII. Matrices et Graphes 4 semaines

1. Vocabulaire (arêtes, sommets, degré, chaîne, etc.). Graphe complet.
2. Matrice d'adjacence d'un graphe.
3. Puissances d'une matrice carrée.
4. Graphes orientés à deux ou trois états.
5. Matrice de transition d'un graphe probabiliste.
6. Chaînes de Markov.
 - Pré-requis : *probabilités conditionnelles, limite de suites géométriques, raisonnement par récurrence*
 - Problèmes : *Modèles proie-prédateur (type Lokta-Volterra)*
 - Fil conducteur : *chiffrement de Hill*

IX. Arithmétique, nombres premiers 3 semaines

1. Nombres premiers.
2. Petit théorème de Fermat.
3. Décomposition d'un nombre entier. Diviseurs.
 - Pré-requis : *raisonnement par récurrence*
 - Problèmes : *Les nombres de Fermat*
 - Fil conducteur : *nombres puissants, chiffrement RSA, programmation Python : test de primalité*